This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Library
of the
University of Wisconsin

TRAITÉ PRATIQUE

DES

PONTS MÉTALLIQUES

BAR-LE-DUC. — IMPRIMERIE COMTE-JACQUET. — FACDOUEL, DIR.

TRAITÉ PRATIQUE

DES

PONTS MÉTALLIQUES

CALCUL DES POUTRES ET DES PONTS

A UNE OU A PLUSIEURS TRAVÉES

PAR LA MÉTHODE ORDINAIRE ET PAR LA STATIQUE GRAPHIQUE

PONTS EN ARC

PAR

M. PASCAL

INGÉNIEUR

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE D'ARTS ET MÉTIERS D'AIX

NOUVELLE ÉDITION

ENTIÈREMENT REFONDUE ET CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉE

Avec 125 Figures dans le texte et un Atlas de 15 Planches

PARIS

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER, ÉDITEUR

Successeur de BAUDRY & Cie

15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15

MÊME MAISON A LIÈGE, RUE DE LA RÉGENCE, 21

1900

Tous droits réservés

OUVRAGE DU MÊME AUTEUR

Barême des Poutres métalliques à âmes pleines et à treillis. — 1 volume. *Prix* . . . . . **12 fr. 50**

64493
AUG 12 1902
SPK
.P26

628706

PRÉFACE

L'accueil favorable que le public a fait à la première édition de cet ouvrage, nous a montré que le but que nous poursuivions a été atteint, et nous a décidé à le mettre en harmonie avec les nouvelles prescriptions de la Circulaire Ministérielle du 29 août 1891, réglementant les conditions d'établissement des ponts métalliques. Ainsi que nous le disions dans la première édition, les livres spéciaux traitant de la résistance des matériaux et même des ponts métalliques sont très nombreux, mais souvent trop savants et trop théoriques ; aussi nous a-t-il paru utile de publier un traité pratique s'occupant spécialement des poutres et des ponts métalliques. Les formules et les méthodes employées dans ce traité sont puisées dans les ouvrages théoriques les plus sérieux. Leurs applications sont faites avec des exemples ayant vécu et les données pratiques qui y sont indiquées, sont le résultat de l'expérience acquise pendant de longues années dans la pratique du métier.

Dans cette nouvelle édition, les calculs des ponts sont présentés par la méthode ordinaire et par la Statique graphique, avec ses applications les plus récentes; on y trouve aussi le choix de plusieurs méthodes. Nous

avons enfin introduit la méthode de calcul pratique des ponts en arc en fer, avec tympans rigides, type qui tend à se répandre de plus en plus aujourd'hui.

Dans notre pensée, ce livre doit économiser beaucoup de temps et de travail au public à qui il s'adresse, et ce public comprend tout particulièrement : les Constructeurs, les jeunes Ingénieurs, les Conducteurs et employés des Ponts et Chaussées, les jeunes gens qui sortent des Écoles d'Arts et Métiers, les dessinateurs et tous ceux dont le temps est trop précieux pour le perdre en recherches laborieuses dans des ouvrages souvent très coûteux. Nous espérons qu'après avoir lu ce travail, ils seront à même de produire rapidement les projets et les notes de calculs des ponts métalliques.

M. P.

Mai 1899.

TABLE DES PLANCHES

	Numéros
Poutre encastrée à une extrémité et libre à l'autre. — Poutre encastrée à ses deux extrémités et chargée d'un poids unique, en son milieu ou en un point quelconque, puis à une charge uniformément répartie	1
Poutre encastrée à ses deux extrémités et soumise à des charges quelconques. — Ligne élastique.	
Poutre encastrée d'un bout reposant librement à l'autre et soumise à des charges quelconques.	2
Charge la plus défavorable d'une poutre, par rapport aux moments fléchissants	3
Recherche du centre de gravité de la section d'une poutre. — Projet d'un pont métallique de 8m,00 d'ouverture, pour route de 4m,00 de largeur	
Pont métallique biais à 35° pour route de 5m de largeur . . .	4
Pont de 16m,00 d'ouverture, pour route de 5m,00 de largeur. — Epures de flexion et de statique graphique. — Épure du calcul des barres de treillis	5 et 6
Pont de 8m,00 d'ouverture sous rails et à poutres jumelées (Type de la Compagnie du Midi)	7
Méthode de MM. Hausser et Cunq pour la détermination graphique de la courbe des moments fléchissants maxima.	
Pont en acier de 18m,00 d'ouverture pour voie ferrée.	8
Types de poutres à treillis.	9
Pont à deux travées de 74m,00 d'ouverture totale, portant deux voies ferrées. — Ensemble, élévation d'une poutre. — Coupe transversale. — Epures.	10, 11 et 12
Pont à trois travées, de 140m,85 d'ouverture totale, pour route de 7m,00 de largeur	13 et 14
Pont en arc à longeron droit.	15

TRAITÉ PRATIQUE

DES PONTS MÉTALLIQUES

CHAPITRE PREMIER

§ I.

Manière dont se comportent les corps soumis à des efforts de flexion et formules usuelles.

Lorsqu'un solide encastré par une de ses extrémités, ou posé librement sur deux appuis, est soumis à l'action d'une ou de plusieurs forces qui le font fléchir, on remarque que les fibres ou files de molécules situées du côté de la face concave sont raccourcies, tandis que les fibres situées du côté de la face convexe sont allongées. Ces effets opposés de raccourcissement et d'allongement allant en augmentant de l'intérieur à l'extérieur du corps, il existe nécessairement à l'intérieur une couche de fibres dont la longueur n'a pas varié, on lui donne le nom de *couche des fibres neutres*.

On remarque aussi que les diverses sections transversales du solide prismatique, d'abord perpendiculaires à sa longueur avant la flexion, se trouvent encore, après la flexion, normales à cette longueur. D'où l'on induit que toute section du solide subit, durant la flexion, un mouvement de rotation

autour d'une droite qui est l'intersection de la couche des fibres neutres et de la section considérée. Pendant cette rotation, les fibres situées du côté de la convexité, subissent des efforts d'extension, sous l'action desquels elles s'allongent et présentent des résistances précisément égales à ces efforts, tandis que les fibres situées du côté de la concavité du solide subissent des efforts de compression sous l'action desquels elles se raccourcissent en opposant des résistances égales à ces efforts de compression.

Ainsi, comme on le voit, la résistance à la flexion se compose de deux résistances combinées, l'une à la traction, l'autre à la compression, et le moment statique ou *moment fléchissant* des forces qui tendent à produire la flexion du solide, par rapport à l'axe des fibres neutres, doit toujours faire équilibre au moment résistant de la pièce, tant qu'on ne dépasse pas la limite d'élasticité.

Voici les principales formules déterminant les moments fléchissants développés dans un solide, selon les conditions de la distribution des forces auxquelles il est soumis, et selon qu'il repose simplement sur ses deux appuis, qu'il est encastré par une de ses extrémités, ou qu'il est encastré par ses deux extrémités.

§ II.

Poutre reposant sur deux appuis de niveau et soumise :

I. — *A une charge uniformément répartie p par mètre courant.*

Moment fléchissant en A (fig. 1) :

$$M = \frac{pl}{2}x - \frac{px^2}{2} \qquad \text{ou} \qquad M = \frac{1}{2}px(l-x).$$

Flèche en A

$$f = \frac{pl}{EI}\left(\frac{x^3}{12} - \frac{l^2x}{24} - \frac{x^4}{24l}\right).$$

Au milieu

$$x = \frac{l}{2} \qquad \text{d'où :} \qquad M = \frac{1}{2}pl\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4}\right) = \frac{pl^2}{8}$$

et la flèche au milieu devient :

$$f_m = \frac{5pl^4}{384\,EI} \quad . \; . \; . \quad (1)$$

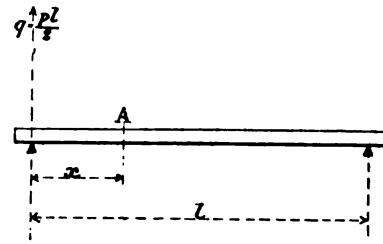


Fig. 1

II. — *A une charge uniformément répartie p par mètre courant, qui n'occupe qu'une partie de la portée* (fig. 2).

Le moment fléchissant au milieu de la portée l,

$$M = \frac{pd}{8}\left(2l - d\right).$$

d est la longueur de la partie chargée uniformément du poids p par mètre courant. Cette longueur d occupe le milieu de la portée l.

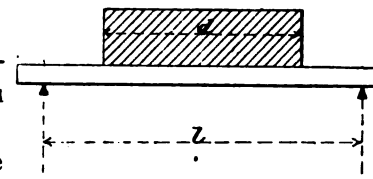


Fig. 2

III. — *A une charge unique* P *déterminée de position* (fig. 3).

Moment en A,

$$M = P\left(\frac{l-x}{l}\right)x = \frac{Px}{l}(l-x).$$

Flèche en A.

$$f = \frac{P}{EI} \times \frac{x^2(l-x)^2}{3l}.$$

Au milieu on a

$$x = \frac{l}{2}, \qquad \text{d'où} \qquad M = \frac{Pl}{4},$$

et la flèche au milieu devient

$$f_m = \frac{Pl^3}{48\,EI} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

S'il y avait en outre une charge uniformément répartie p par mètre courant :

Moment en A :

$$M = \frac{P}{l}(lx - x^2) + \frac{1}{2}p(lx - x^2) = \left(\frac{P}{l} + \frac{p}{2}\right)(lx - x^2).$$

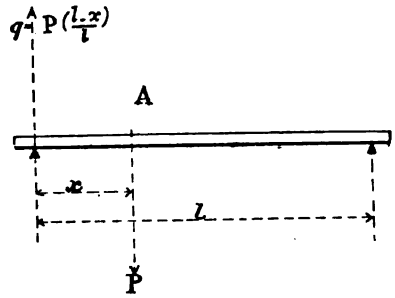


Fig. 3

Si la charge P *était au milieu,*

Le moment au milieu serait :

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8}$$

et la flèche totale serait égale à la somme des flèches des formules (1) et (2).

IV. — *A deux charges* P *et* P′ *déterminées de positions* (fig. 4).

$$q = P\frac{x}{l} + P'\frac{x'}{l} = \frac{Px + P'x'}{l}.$$

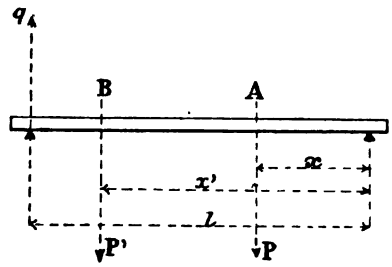


Fig. 4

Le moment en B serait :

$$M = q(l - x') = \frac{Px + P'x'}{l}(l - x').$$

Si les points A et B étaient également distants des appuis, les moments seraient égaux en A et en B et constants entre ces deux points.

Et s'il y avait, en outre, une charge uniformément répartie p :

On aurait en B :

$$M = \frac{Px + P'x'}{l}(l - x') + \frac{pl}{2}(l - x') - \frac{p}{2}(l - x')^2,$$

Et si $P = P'$ et sont également distants des appuis, qu'en outre, $x = l - x'$, alors :

Le moment au milieu serait :

$$M = Px + \frac{pl^2}{8},$$

et la flèche au milieu

$$f_m = \frac{5pl^4}{384EI} + \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Px(l - 2x)}{8EI}.$$

§ III.

I. — Poutre encastrée à une de ses extrémités; l'autre extrémité est libre et porte un poids P (fig. 5).

Moment en A :

$$M = Px.$$

Flèche en A :

$$f = \frac{P}{EI}\left(\frac{l^2x}{2} - \frac{x^3}{6}\right).$$

Moment à l'encastrement o :

$$M = Pl.$$

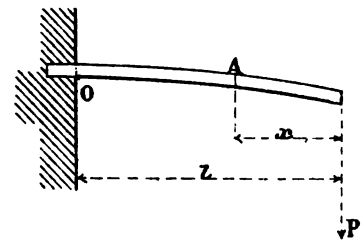


Fig. 5

Flèche maximum à l'extrémité B :

$$f_m = \frac{Pl^3}{3EI}.$$

II. — *Poutre encastrée à une extrémité, libre à l'autre et uniformément chargée d'un poids p par mètre courant.*

Moment en A :

$$M = px \times \frac{x}{2} = \frac{px^2}{2}.$$

Flèche en A

$$f = \frac{pl}{EI}\left(\frac{l^2x}{6} - \frac{x^4}{24}l\right).$$

Moment à l'encastrement o :

$$M = \frac{pl^2}{2}.$$

Flèche totale à l'extrémité B :

$$f_m = \frac{pl^4}{8EI}.$$

§ IV

Poutre encastrée horizontalement à ses deux extrémités, et :

I. — *Chargée d'un poids* P *agissant au milieu de la portée* (fig. 6).

Moment en A :

$$M = \frac{Px}{2} - \frac{Pl}{8} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Flèche en A :

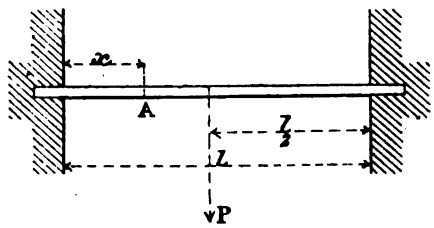


Fig. 6

$$f = \frac{P}{EI}\left(\frac{3lx^2 - 4x^3}{48}\right).$$

Moment au milieu :

$$M = \frac{Pl}{8}.$$

Pour $x = \frac{l}{4}$ on a $M = 0$.

Flèche au milieu :

$$f_m = \frac{Pl^3}{192EI}.$$

Si dans la formule (3) on fait

$$x = 0,$$

Le moment à l'encastrement devient :

$$M = -\frac{Pl}{8},$$

c'est-à-dire, le même qu'au milieu, mais de signe contraire.

II. — *Soumise simplement à une charge uniformément répartie p par mètre courant.*

Moment en A :

$$M = \frac{pl^2}{2}\left(\frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2}\right).$$

Flèche en A :

$$f = \frac{P}{EI}\left(\frac{lx^2 - 2x^3}{24} + \frac{x^4}{24l}\right).$$

Moment au milieu :

$$M = \frac{pl^2}{24}.$$

Moment à l'encastrement :

$$M = -\frac{pl^2}{12} \qquad \text{pour} \qquad x = 0{,}2121, \qquad M = 0.$$

Flèche au milieu :

$$f_m = \frac{pl^4}{384EI}.$$

§ V

I. — Poutre encastrée à une de ses extrémités B, supportée librement à l'autre C, et chargée d'un poids P au milieu de sa portée (fig. 7.)

Réaction q sur le point d'appui C :

$$q = \frac{5}{16} Pl.$$

Moment en A :

$$M = \frac{5}{16} Px.$$

Moment au milieu de la portée :

$$M = \frac{5}{32} Pl.$$

Moment entre le milieu de la poutre et le point d'encastrement :

$$M = Pl\left(\frac{5}{32} - \frac{11x_1}{16l}\right).$$

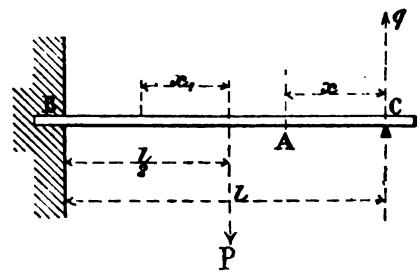


Fig. 7

Moment à l'encastrement :

$$M = -\frac{3}{16} Pl.$$

Flèche au milieu de la portée :

$$f = \frac{P}{EI} \times \frac{7l^3}{768}.$$

Flèche maximum dans le courant de la poutre :

$$f_m = \sqrt{\frac{1}{5}} \times \frac{Pl^3}{48EI} \quad \text{pour} \quad x = l\sqrt{\frac{1}{5}} = l \times 0{,}44721.$$

De l'appui C au milieu on a :

$$f = \frac{P}{EI}\,\frac{l^3}{32}\left[\frac{x}{l} - \frac{5x^3}{3l^3}\right].$$

Du milieu à l'encastrement on a :

$$y_1 = \frac{P}{EI}\,\frac{l^3}{32}\left[\frac{x_1}{4l} + \frac{5x_1^2}{2l^2} - \frac{11x_1^3}{3l^3}\right].$$

II. — *La même poutre est soumise seulement à une charge unique de p kg. uniformément répartie par mètre courant* (fig. 7).

Réaction du point d'appui :

$$q = \frac{3}{8} pl.$$

Moment en A :

$$M = \frac{plx}{2}\left(\frac{3}{4} - \frac{x}{l}\right) = \frac{3plx}{8} - \frac{px^2}{2}.$$

Moment au milieu :

$$M = \frac{pl^2}{16}.$$

Moment à l'encastrement :

$$M = -\frac{pl^2}{8}.$$

Flèche au milieu :

$$f = \frac{pl^4}{192\,EI},$$

en un point quelconque on a :

$$f = \frac{pl^3}{48EI}\left[\frac{x}{l} - \frac{3x^3}{l^3} + \frac{2x^4}{l^4}\right],$$

maximum pour

$$x = \frac{l}{16}(1 + \sqrt{33}) = 0{,}4215l,$$

le point d'inflexion est donné par

$$x = \frac{3}{4}\,l.$$

§ VI

Formule générale d'application du moment résistant des poutres.

Dans toutes les formules qui précèdent :

$$M = \frac{RI}{v} \qquad \text{d'où l'on tire :} \qquad R = \frac{M}{\frac{I}{v}}.$$

M — Représente la somme des moments fléchissants des forces qui tendent à produire la flexion ou la compression des fibres dans la section que l'on considère, c'est le moment de rupture.

Cette valeur étant le produit d'une force en kilogrammes par un bras de levier en mètres, est exprimée en kilogrammètres et porte quelquefois la notation kgm.

I. — Moment d'inertie de la section, pris par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la figure ; il est égal à $Sv^2d\omega$, c'est-à-dire à la somme des produits des divers éléments $d\omega$ qui composent la section de rupture, par le carré de la distance variable v de chaque élément à l'axe passant par le centre de gravité.

$\frac{I}{v}$ — Est le rapport du moment d'inertie de la section, à la distance de la fibre la plus éloignée de son centre de gra-

vité. (Voir tableaux des moments d'inertie des sections les plus usuelles à la fin de l'ouvrage.)

$\frac{Rl}{v}$ — Moment de résistance de la pièce au moment antifléchissant.

R — Charge par mètre carré qu'on peut appliquer avec sécurité à la tension ou à la compression des fibres qui composent la section considérée. (Voir tableau ci-après.)

E — Module d'élasticité du métal ou effort qui, exercé sur l'unité de surface est capable de produire, par unité de longueur, un allongement élastique égal à cette unité de longueur.

Tels sont les éléments au moyen desquels on peut calculer les dimensions d'une poutre de section quelconque, placée dans l'une des conditions indiquées ci-devant.

§ VII

Tableau des résistances à la traction de divers matériaux. — Coefficients d'élasticité.

MATÉRIAUX	CHARGE par millimètre carré qu'on peut appliquer avec sécurité	CHARGE par millimètre carré qui commence à altérer l'élasticité	CHARGE par millimètre carré qui produit la rupture	MODULE ou coefficient d'élasticité E en kilogrammes par millimètre carré
MÉTAUX	kilog.	kilog.	kilog.	
Fer forgé de grosseur moyenne et de bonne qualité .	6,00	11 à 18,00	34,00	19000
Fil de fer de 3 mil. lim. de diamètre non recuit. . . .	9,00	18,00	70,00	19000
Acier extra doux . .	7,00	22,80	40,00	22000
Acier très doux. . .	7,50	25,50	44,00	22000
Acier doux.	9,00	31,00	54,00	22000
Acier dur	10,50	35,50	64,00	22000
Acier très dur . . .	12,00	39,50	74,00	22000
Acier extra dur. . .	13,50	42,50	84,00	22000
Acier fondu	18,00	»	»	30000
Fil d'acier	20,00	45 à 80	130 à 140,00	»
Fonte grise ordinaire	2,50	6,00	12,00	9000
Fers laminés pour constructions métalliques.	6,00	16,00	37,80	16000
Cuivre laminé . . .	3,00	6,00	25,00	11000
BOIS				
Teak.	1,00	»	11,00	1600
Chêne de bonne qualité	0,75	»	7,50	1100
Chêne de bonne qualité, perpendiculairement aux fibres	0,17	»	1,70	»
Pin	0,75	»	7,50	1400
Sapin jaune ou blanc	0,40	»	4,00	900
Orme	0,70	»	7,00	100

CHAPITRE DEUXIÈME

STATIQUE GRAPHIQUE. — APPLICATIONS PRATIQUES

---

§ I

I. — La *statique graphique* a pour but de remplacer le calcul par des épures de géométrie, lorsqu'on se propose de rechercher, dans une pièce quelconque, soumise à des conditions de résistance et de stabilité, la résultante des forces extérieures qui agissent sur cette poutre et le moment de ces forces.

Son emploi dans les calculs conduit à deux avantages :

1° Les résultats parlent aux yeux et les erreurs sont moins à craindre que dans les calculs ordinaires.

2° On parvient facilement et presque par routine à résoudre, par des épures, des problèmes de résistance de matériaux sans avoir besoin d'être rompu aux principes et aux calculs assez compliqués de résistance.

Les vulgarisateurs de la statique graphique furent Culmann, professeur à l'École de Zurich et Crémona, professeur italien.

§ II

Problèmes ordinaires de la statique graphique.

I. — *Étant données deux forces* 1 *et* 2, *distribuées dans le même plan, trouver leur résultante* (fig. 8-8bis-8ter.)

On porte bout à bout, deux lignes dirigées suivant les forces 1 et 2 et représentant ces forces en grandeur, à une échelle convenue. La ligne $R_{1.2}$, qui ferme le triangle ainsi obtenu, fig. 8bis, représente en grandeur et en direction la force inconnue, qui maintiendrait le groupe des forces 1 et 2 en équilibre. Cette force est égale en grandeur et de sens opposé à la direction de la résultante cherchée.

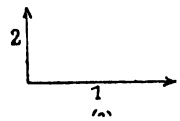


Fig. 8

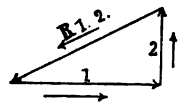


Fig. 8 bis

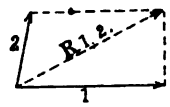


Fig. 8 ter

La fig. 8ter indique, sans démonstration utile, comment cette force $R_{1.2}$ est bien égale à la résultante cherchée.

La fig. 8bis s'appelle Polygone des forces.

Comme conséquence, on peut, dans un système équilibré par 3 forces situées dans un même plan et de directions connues, déterminer l'intensité des deux d'entre elles si on connaît la grandeur de l'autre.

Il suffit pour cela de mener par les deux extrémités de la force connue en grandeur, des lignes parallèles à la direction des deux forces inconnues ; ces lignes complètent le triangle des forces et sont déterminées en longueur, par leur intersection.

II. — *Étant données trois forces* 1, 2 *et* 3 *distribuées dans le même plan, trouver leur résultante* (fig. 9 à 9IV.)

On construit encore le polygone des forces en portant bout à bout des lignes dirigées suivant les forces données et représentant les grandeurs de ces forces à une échelle convenue. La ligne $R_{1.2.3}$ qui ferme ce polygone (fig. 9bis) ou (fig. 9IV), donne la grandeur et la direction de la force qui maintiendrait le système en équilibre. Cette force $R_{1.2.3}$ est donc égale en grandeur et opposée à la direction de la résultante cherchée. Comme on le voit, la direction de la force qui maintient le système en équilibre, s'obtient en supposant que le polygone des forces est parcouru dans un

sens ininterrompu, par des forces égales aux forces connues. La fig. 9ter représente l'épure que l'on fait en mécanique

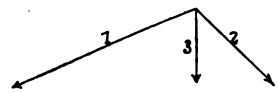


Fig. 9

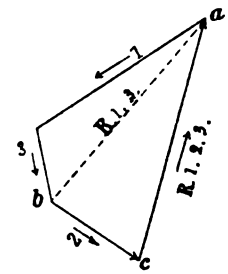


Fig. 9 bis

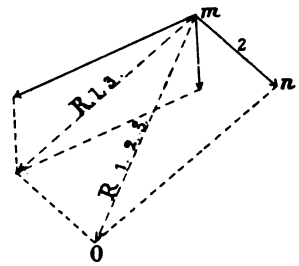


Fig. 9 ter

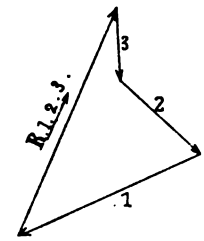


Fig. 9IV

élémentaire pour arriver à ce résultat. En se reportant au problème précédent, on reconnaît facilement que la ligne *ab*

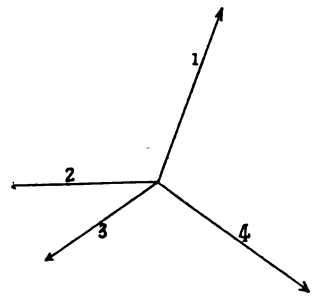


Fig. 10

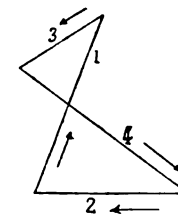


Fig. 10 bis

est égale à la résultante de 1 et 3, donc, la ligne *ac* est bien égale en grandeur et en direction à la résultante des forces R 1.3 et 2, c'est-à-dire des forces 1, 2 et 3. Ce triangle *abc* est d'ailleurs bien égal au triangle *mno* de la fig. 9ter.

Le polygone devant être fermé pour qu'il y ait équilibre entre ces forces, on peut : Etant données les directions de quatre forces 1, 2, 3 et 4, qui se font équilibre et situées dans le même plan, et la grandeur de deux d'entre elles 1 et 2, déterminer la grandeur des deux autres. (Fig. 10 et 10bis.)

Il suffit pour cela de construire le polygone des forces en portant bout à bout les forces 1 et 2, et par l'autre extrémité de chacune de celles-ci, mener des parallèles aux forces 1 et 3; les lignes 3 et 4 qui se rencontrent pour fermer ce polygone, déterminent les grandeurs de ces forces.

III. — *Étant données quatre forces* 1, 2, 3 *et* 4 *situées dans le même plan, trouver leur résultante* (fig. 11 et 11bis).

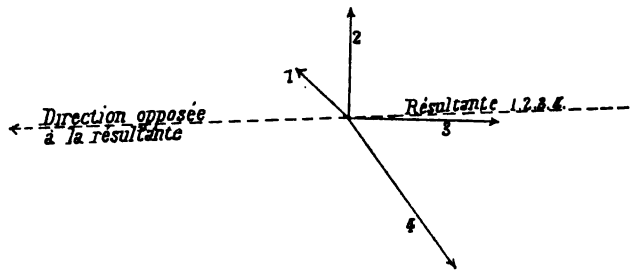


Fig. 11.

En construisant le polygone des forces d'après les indications ci-dessus, la ligne de fermeture $R_{1.2.3.4}$ prise en sens opposé à celui indiqué par la fig. 11bis donne la grandeur et la direction de cette résultante.

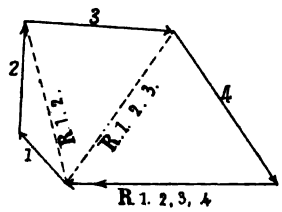


Fig. 11 bis

La construction de la même figure servirait à déterminer les grandeurs des deux côtés du polygone des forces pour résoudre le problème suivant :

Étant données les directions de 5 *forces parallèles qui se font équilibre dans le même plan et les grandeurs de* 3 *d'entre elles* 1, 2 *et* 3, *déterminer les grandeurs des deux autres,* 4 *et* $R_{1.2.3.4}$.

IV. — Lorsqu'il s'agit de trouver la résultante de forces parallèles ou verticales, les problèmes ci-dessus sont beaucoup plus simples et le polygone des forces se réduit à une ligne droite, sur laquelle on porte, à l'échelle, les forces données, dans un sens ou dans l'autre et la différence entre la somme des forces dirigées dans un sens et la somme des forces dirigées en sens inverse, donne la résultante cherchée.

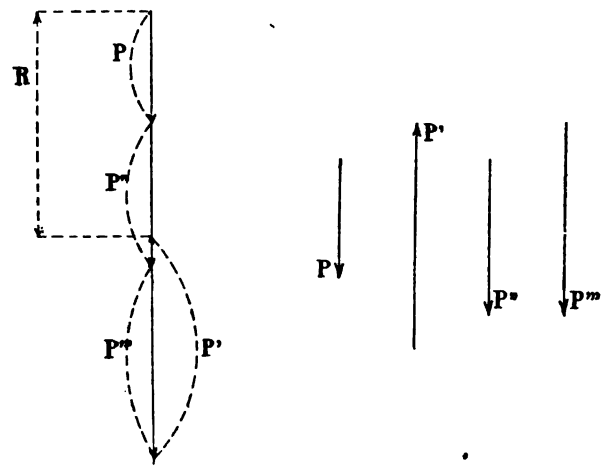


Fig. 12

La figure 12 ci-contre, indique suffisamment l'opération à faire pour déterminer la résultante R des forces P, P', P'', P'''.

On verra à la fin de l'ouvrage, les applications utiles que l'on peut faire des problèmes précédents, dans le calcul des ponts métalliques à arc parabolique et à longeron rectiligne.

En attendant, nous allons donner les applications suivantes, qui conduisent à la recherche des moments fléchissants produits par des forces verticales agissant sur des poutres.

V. — *Etant donnée une poutre appuyée à ses deux extrémités a et b, décomposer une force* Q *de* 4500 *kilog., appliquée au point c, en deux composantes parallèles passant par les points d'appui a et b* (fig. 13).

Sur une ligne de direction perpendiculaire à *ab*, on prend $mn = Q$ à une échelle donnée ; d'un point quelconque *o* appelé pôle, on tire *om*, *on*, la figure *mon* ainsi obtenue, est ce qu'on appelle le triangle des forces. Par le point *a* on mène *ae* parallèle à *mo*, par le point *e* de rencontre de cette parallèle avec la verticale passant par le point d'ap-

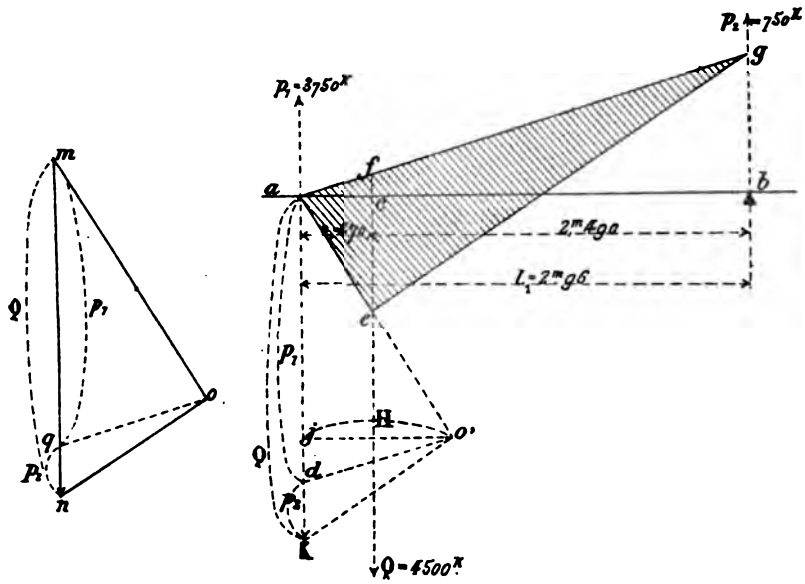


Fig. 13

plication de la résultante Q, on mène *eg* parallèle à *no*, on joint *ga*, la figure *aeg* est le polygone funiculaire indiquant l'équilibre des forces, et la droite *oq*, parallèle à *ga*, menée dans le triangle des forces, partage *mn* en deux segments *mq* et *qn* qui sont les composantes cherchées. On peut mesurer à l'échelle adoptée pour les forces, $mq = p_1 = 3750$ kilog. $qn = p_2 = 750$ kilog. Le centimètre ayant été pris pour unité ; l'échelle est 1/1 000, et on a $mq = 3^{cm},750$ et $qn = 0^{cm},750$.

Le point *c* d'application de la résultante doit diviser la poutre en deux segments inversement proportionnels aux forces p_1 et p_2, de telle sorte que l'on doit avoir, sur la figure, la relation :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{mq}{nq} = \frac{cb}{ac}.$$

En effet, de la similitude des triangles

$$\left.\begin{matrix} afc \\ oqn \\ moq \end{matrix}\right\} \quad \text{et} \quad \left\{\begin{matrix} abg \\ efg \\ afe \end{matrix}\right.$$

on tire successivement

$$\frac{cb}{ac} = \frac{fg}{af}, \quad \text{puis} \quad \frac{fg}{oq} = \frac{fe}{nq} \quad \text{et} \quad \frac{af}{oq} = \frac{fe}{mq},$$

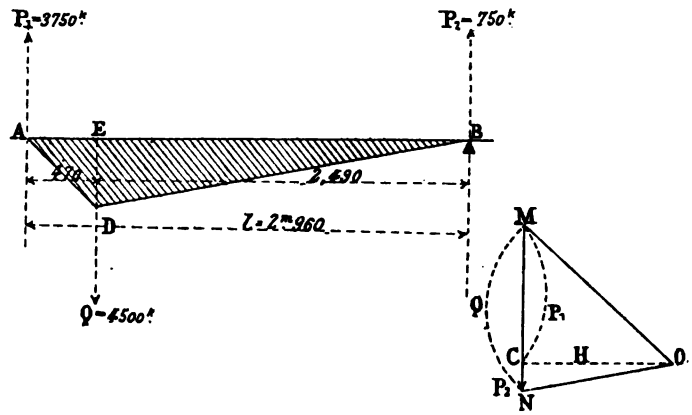
d'où

$$oq \times fe = fg \times nq = af \times mq,$$

et enfin le rapport résultant :

$$\frac{fg}{af} = \frac{mq}{nq} = \frac{cb}{ac} = \frac{p_1}{p_2}.$$

VI. — *Inversement.* — 3750^{kg} *et* 750^{kg} *étant deux forces* p_1 *et* p_2 *parallèles, situées dans le même plan et dirigées dans le même sens, appliquées aux extrémités d'une poutre* AB *de*



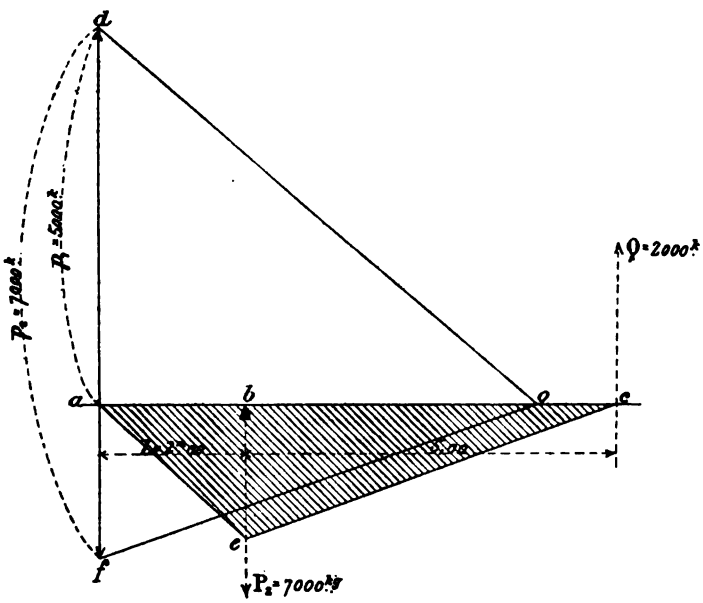
Échelles : Portée, 1 cent. par mètre ; Force, 1 cent. par 1000 kilog.
Fig. 14

$2^m,96$ *de portée, on peut composer ces forces, et trouver le point d'application de leur résultante* Q. (Fig. 14.)

Sur une ligne de direction perpendiculaire à AB, on porte

à l'échelle choisie, soit $\frac{1}{2000}$ pour les forces, des longueurs MC et CN respectivement égales à p_1 et p_2, on prend CO quelconque mais parallèle à AB et du pôle O, pris sur cette ligne, on tire OM, ON pour compléter le triangle des forces. Par le point A d'appui de la poutre, on mène AD et BD respectivement parallèles à MO et ON, la verticale passant par le point D, détermine sur la portée, le point d'application E de la résultante des deux forces données p_1, p_2.

VII. — *Résultante de deux forces* $p_1 = 5000^{kg}$ *et* $p_2 = 7000^{kg}$, *dirigées en sens inverse et appliquées aux extrémités d'une poutre ab* (fig. 15).



Echelles : Portée, 1 cent. par mètre ; Forces 1 cent. pour 1000 kilog.
Fig. 15

Sur une perpendiculaire à *ab*, on porte $ad = p_1 = 5\,000^{kg}$, puis $df = p_2 = 7\,000^{kg}$. Le pôle O pris quelconque est joint aux points *d* et *f* et termine le triangle des forces ; ensuite, en menant *ae*, *ec*, on détermine sur le prolongement de *ab*,

un point c, qui est le point d'attache cherché pour la résultante des deux forces.

A l'échelle adoptée, on trouve $bc = 5$ mètres ; le triangle des forces donne aussi $df - da = af = 2000^{kg}$ = *Résultante* Q.

VIII. — *Résultante de deux forces* $p_1 = 1800^{kg}$, $p_2 = 1400^{kg}$, *appliquées aux points c et d d'une poutre ab de* $5^m,60$ *de portée* (fig. 16).

Sur une verticale, on porte $mn = p_1 = 1800^{kg}$, $nr = p_2 = 1400^{kg}$.

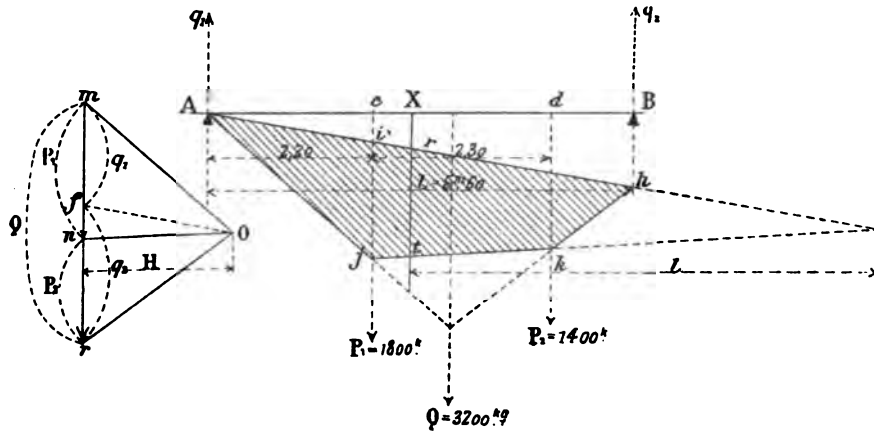


Fig. 16

On prend un pôle arbitraire O, que l'on joint aux points m, n et r, pour compléter le polygone des forces mOn. Puis, d'après ce polygone on trace le polygone funiculaire Ajkh, en partant du point d'appui de gauche A, et en menant Aj parallèle à mo, jk parallèle à no et kh parallèle à ro. Si on prolonge les deux côtés extrêmes Aj et hk de ce polygone funiculaire, ils se rencontrent en un point i, qui détermine la position de la verticale Q sur AB. C'est la résultante des forces p_1 et p_2, De plus, si on ferme le polygone funiculaire par la ligne Ah et que dans le polygone des forces on mène du pôle, une ligne Of parallèle à la ligne de fermeture Ah, cette ligne Of découpe, sur la ligne mr, deux segments mf et fr qui représentent les

réactions q_1 et q_2 des forces p_1 et p_2 sur les deux appuis de la poutre.

On démontrerait encore, dans ce cas, que le point d'application de la résultante, divise AB en deux segments inversement proportionnels aux forces p_1 et p_2.

IX. — *Résultante d'un nombre quelconque de forces parallèles. — Soit une poutre* AB *soumise à une première force* $p_1 = 5000^{kg}$, *dirigée de bas en haut, et à deux forces* $p_2 = 1800^{kg}$ *et* $p_3 = 1400^{kg}$, *toutes deux dirigées de haut en bas* (fig. 17).

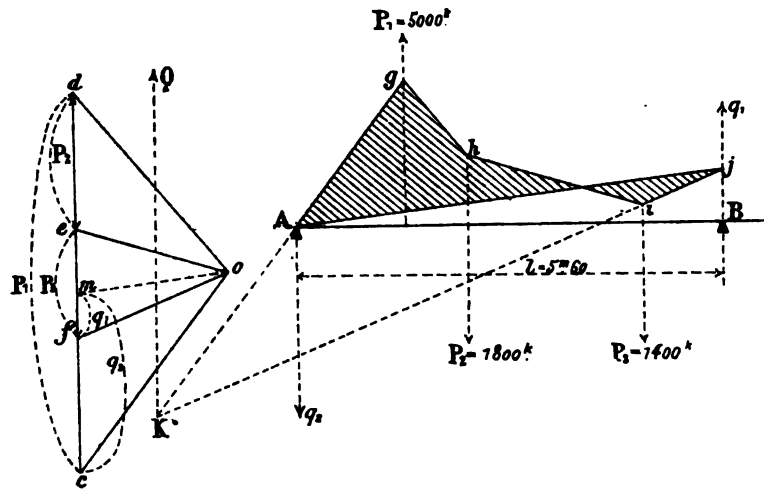


Fig. 17

Sur une verticale on porte $cd = p_1$ dans le sens de la direction de cette force, puis $de = p_2$ et $ef = p_3$ de haut en bas ; on prend un pôle quelconque o, on joint od, oe, of, oc, pour compléter le triangle des forces.

On mène Ag, parallèle à oc, gh parallèle à od, hi parallèle à eo et ij parallèle à of. En joignant Aj on complète le polygone funiculaire, et gA, ji prolongés se rencontrent en un point k qui déterminera, sur la poutre, le point d'application de la résultante des forces, résultante qui est égale à

$$cd - de - ef = fc = 5000 - 1800 - 1400 = 1800^{kg}.$$

En menant, dans le triangle des forces, om parallèle à

Aj, on décompose la résultante fc en deux segments mc et fm, qui sont les réactions q_2, q_1 de la poutre sur ses appuis, l'une de 2400 kilog., dirigée de haut en bas, et l'autre de 600 kilog. dirigée de bas en haut.

§ III

Détermination des moments fléchissants dans une poutre.

I. — *Moment fléchissant produit par une force* $Q = 4500^{kg}$ *appliquée en un point c distant de* 0,470 *de l'appui de gauche d'une poutre reposant sur deux appuis distants de* $2^m,96$. (Voir fig. 13).

Le moment fléchissant au point C étant le produit de la réaction p_1 sur l'appui de gauche, par le bras de levier ac de cette force ou bien le produit de la réaction p_2 sur l'appui de droite, par son bras de levier cb, pour résoudre ce problème, on fait les mêmes opérations qui ont été indiquées pour décomposer une force 2 en deux composantes (fig. 13) et les ordonnées verticales du polygone funiculaire aeg, ainsi obtenu, représentent les moments fléchissants développés dans la poutre, ou leurs points correspondants sur la portée.

En effet, si on construit le triangle $ao'k$ égal au triangle des forces, la similitude des triangles ado', afe donne

$$\frac{p_1}{fe} = \frac{H}{0,470} \quad \text{d'où} \quad p_1 \times 0,470 = H \times fe. \qquad (1)$$

Or, $p_1 \times 0,470$ c'est le moment fléchissant en c, de plus, comme H est constant, le terme $H \times fe$ montre que les moments fléchissants sont entre eux, comme les ordonnées du polygone funiculaire ; donc, pour avoir le moment fléchissant en un point quelconque de la portée de la poutre, il suffira de mesurer l'ordonnée correspondante dans le polygone.

D'autre part, de l'égalité (1) on tire :

$$fe = \frac{p_1 \times 0,470}{H}.$$

L'échelle des moments dépendra donc des trois échelles

suivantes : De l'échelle de la force p_1, la réaction sur l'appui de gauche; de l'échelle du facteur $0^m,470$, bras de levier de cette force, c'est-à-dire, une fraction de la portée de la poutre et de l'échelle de la hauteur du polygone des forces.

On peut donc écrire l'égalité ci-dessous, quelle que soit l'unité de mesure linéaire adoptée.

$$\text{Echelle des mom.} = \frac{\text{Echelle des forces} \times \text{Echelle de la portée}}{\text{Echelle de la hauteur du polygone des forces}}.$$

Pour le cas qui nous occupe, le *Centimètre* ayant été pris comme unité linéaire, on a :

Echelle des forces $\frac{1}{1000}$ . . . . $4^{cm},5$ pour 4500^{kg}.

Echelle de la portée $\frac{2}{1}$ . . . . . $5^{cm},92$ pour $2^m,96$, soit 2 pour 1.

Echelle de la hauteur du polygone des forces $\frac{2}{1}$ . . 2^{cm} pour 1^m.

On a donc :

$$\text{Echelle des moments} = \frac{\frac{1}{1000} \times \frac{2}{1}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{1000},$$

soit un centimètre pour 1000^{kgm}.

Or, l'ordonnée *ef* mesure environ $1^{cm},76$, le moment fléchissant est donc 1760 kilogrammètres environ, et le moment exact est $1762^{kgm},5$. On voit que plus la figure sera faite à de grandes échelles, plus l'exactitude des résultats sera grande.

II. — *Moment fléchissant produit par deux forces verticales, l'une de* 1800^{kg}, *l'autre de* 1400^{kg}, *agissant sur une poutre de* $5^m,60$ *de portée et reposant sur deux appuis.* (Voir fig. 16.)

On trace le polygone des forces *mOr* et le polygone funiculaire A*jkh*, comme il a été dit au n° VIII, page 20, pour trouver la résultante des deux forces. On ferme ce polygone par la ligne A*h* et les ordonnées du polygone funiculaire A*jkh* hachuré en noir, représentent les moments fléchissants aux points correspondants de la poutre.

En effet, le moment statique pour le point x de la pièce, est le produit de la résultante de toutes les forces qui se trouvent d'un même côté, à droite ou à gauche de l'ordonnée du point x, par le bras de levier l de cette résultante.

Or, dans le polygone des forces, on voit que cette résultante est égale à

$$p_2 - q_2 = rn - rf = -nf.$$

D'autre part, pour avoir le point d'application de la résultante de ces deux forces p_2 et q_2, il n'y a qu'à prolonger, dans le polygone funiculaire, les deux côtés Ah, jk parallèles à Of et On; leur point d'intersection S est situé sur l'ordonnée du point d'application de cette résultante en un point du prolongement de la poutre, et la distance du point S à l'ordonnée du point x est le bras de levier cherché l de la résultante $p_2 - q_2$.

Le moment en x est donc $(p_2 - q_2)l$.

Mais la similitude des triangles Onf, rSt donne

$$\frac{(p_2 - q_2)}{\mathrm{H}} = \frac{rt}{l},$$

d'où

$$(p_2 - q_2)l = \mathrm{H}rt \qquad \text{et} \qquad rt = \frac{(p_2 - q_2)l}{\mathrm{H}},$$

expression qui, comme celle de fe, dans le problème ci-dessus, montre que l'ordonnée d'un point quelconque du polygone funiculaire, mesurée à l'échelle convenable, représente le moment fléchissant au point correspondant de la poutre.

Dans cette figure, le Centimètre étant encore l'unité de mesure linéaire, on a

Echelles des forces. . . . . $= \frac{1}{1000}$, $1^{cm},8$ pour 1800^{kg}.

Echelle de la portée . . . . $= \frac{1}{1}$, $5^{cm},6$ pour $5^{m},600$.

Echelle de la hauteur polaire $= \frac{2}{1}$, 2^{cm} pour 1^{m}.

L'échelle des ordonnées est donc :

$$\frac{\frac{1}{1000} \times \frac{1}{1}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{2000},$$

soit 1 centimètre pour 2000^{kgm}.

Or, l'ordonnée du point x mesure environ $1^{cm},4$; le moment fléchissant en x est donc approximativement 2800 kilogrammètres.

III. — *Poutre reposant sur deux appuis, soumise à des charges verticales* 1, 2, 3 *et* 4 *et en plus, à une charge uniformément répartie* P *par mètre courant* (fig. 18).

Portée de la poutre $= 10^{m},00 = l$.

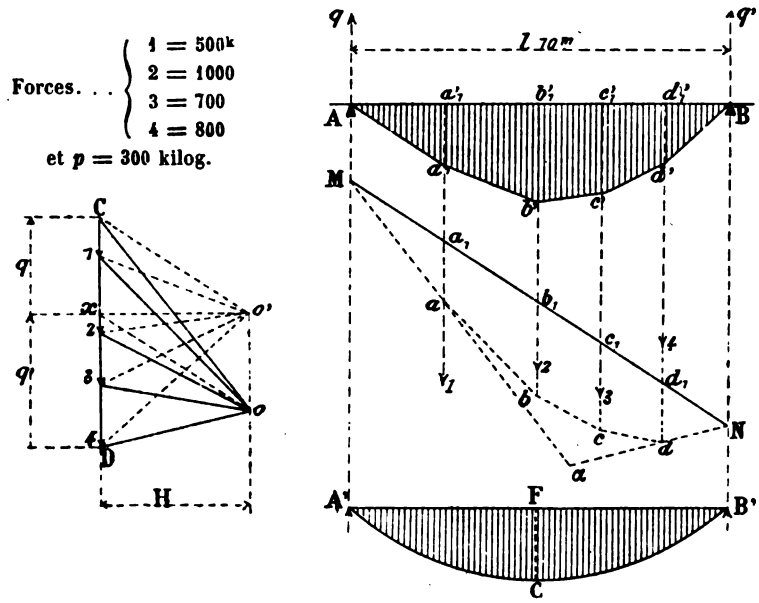


Fig. 18

Le tracé du polygone funiculaire donnant les moments fléchissants produits par les charges isolées 1, 2, 3 et 4 se fait, comme il a été indiqué ci-dessus, par la construction préalable du polygone des forces COD, avec une hauteur polaire H prise à une échelle donnée. On porte aussi à une échelle convenable et sur la même verticale CD, les forces

données et on trace le polygone funiculaire M*abcd*N d'après le polygone des forces.

Les ordonnées comprises entre la ligne de fermeture MN et les côtés formant le contour M*abcd*N, représentent les moments fléchissants sous les charges isolées, et, afin de mieux apprécier la valeur de ces moments sur toute la portée de la poutre, la surface du polygone funiculaire fermé a été hachurée en noir (dans la figure définitive).

La ligne Ox, menée par le point O, dans le polygone des forces, parallèle à la ligne de fermeture MN, découpe sur CD, les deux segments Cx et xD, qui représentent la grandeur des réactions q et q' des deux appuis.

La portée étant à l'échelle de . . . . . 0,005 par mètre.
Les forces — id. — . . . . . 0,01 pour 1000 kilog.
Et la hauteur polaire étant de . . . . . 0,02 pour 1 mètre.

L'échelle des moments est $\dfrac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{1000}}{2} = \dfrac{1}{4000} = 1$ centimètre pour 4000 ^{kgm}.

Le moment fléchissant déterminé au milieu de la longueur de la poutre, par la charge uniformément répartie $p = 300^{kg}$ est égal à

$$M = \frac{pl^2}{8} = \frac{300 \times \overline{10}^2}{8} = 3750^{kgm}.$$

En portant ce moment en ordonnée FC, à la même échelle que les moments fléchissants du polygone funiculaire M*abcd*N et en construisant la parabole dont on connaît les trois points A'B'C, on obtient la ligne A'CB', dont les ordonnées représentent tous les moments fléchissants compris entre les deux appuis. Cette surface est encore hachurée en noir.

Il est évident que cette parabole n'est autre chose que le polygone funiculaire, qui serait obtenu avec une série de charges égales entre elles, appliquées en des points très rapprochés entre eux et qui diviseraient la poutre en parties égales à raison de p^{kg} par mètre courant. La résultante de ces forces serait la charge totale uniformément répartie pl. Le tracé de la parabole est indiqué au n° 5 ci-après.

IV. — *Ramener la ligne de fermeture du funiculaire à l'horizontale* (fig. 18).

Dans la solution ci-dessus, pour pouvoir apprécier plus aisément la valeur totale du moment fléchissant en un point de la poutre, il suffira d'ajouter les ordonnées des deux funiculaires. Il est donc utile, pour la commodité de cette mesure, de disposer l'épure de façon que la ligne de fermeture MN du polygone funiculaire M*abcd*N soit horizontale.

Pour redresser ainsi ce polygone sans modifier la longueur des lignes sur lesquelles se mesurent les moments fléchissants, il suffit de placer le pôle sur l'horizontale tracée par le point x, qui sépare les réactions q et q' et de retracer le nouveau polygone funiculaire d'après ce nouveau polygone des forces en partant de l'appui A. On obtient ainsi le nouveau polygone funiculaire A$a'b'c'd'$B. On peut également se borner à transporter les moments $a_1a - b_1b$, $c_1c - d_1d$ en $a_1a' - b_1b'$, $c_1c' - d_1d'$.

C'est ce qu'on appelle *ramener la ligne de fermeture du funiculaire à l'horizontale, ou simplement redresser le polygone funiculaire*.

Le polygone funiculaire jouit, en réumé, de plusieurs propriétés remarquables dont on doit retenir quelques-unes :

1° Chaque rayon vecteur du polygone des forces représente la tension du côté correspondant du polygone funiculaire ;

2° Chaque côté du polygone funiculaire fait équilibre aux forces qui le précèdent ou qui le suivent. Ainsi cd c'est la direction du rayon vecteur 03 et l'intensité de la résultante des forces agissant aux extrémités c et d de ce côté ;

3° La résultante d'un certain nombre de forces est la même que celle des deux côtés funiculaires qui comprennent ces forces. Ainsi la résultante des forces 1, 2, 3, 4 est la même que celle des deux côtés Ma, Nd ; cette résultante est égale à CD, segment de la verticale compris entre les rayons vecteurs parallèles aux côtés Ma, Nd.

V. — *Tracé rapide et pratique d'une parabole dont on connaît le sommet o, l'axe Xo et un autre point b.*

Il est bon d'abord de rappeler que l'équation de la parabole est

$$y^2 = 2px,$$

que cette courbe a deux branches symétriques par rapport à son axe ox et qu'on a

$$\frac{y^2}{y'^2} = \frac{2px}{2px'} = \frac{x}{x'}$$

qu'en outre lorsqu'on connaît le sommet o, l'axe OX et un point b, on détermine facilement le point symétrique b' de l'autre côté de l'axe, car on a $ba = ab'$ (fig. 19).

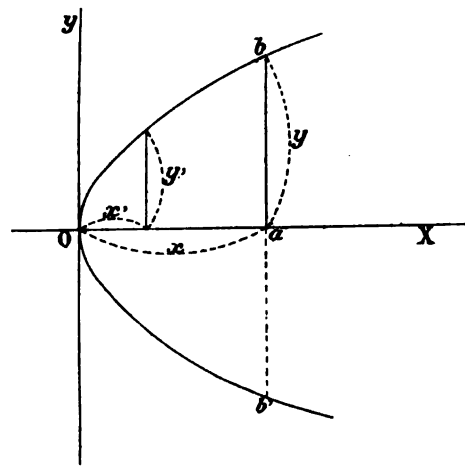


Fig. 19

Nous allons indiquer trois procédés très rapides pour tracer les deux branches de la parabole et démontrer que les courbes obtenues ont pour équation l'expression

$$y^2 = 2px.$$

Premier procédé. — Soit oa l'axe, a le sommet et b et b' les deux points connus et symétriquement placés par rapport à l'axe (fig. 20).

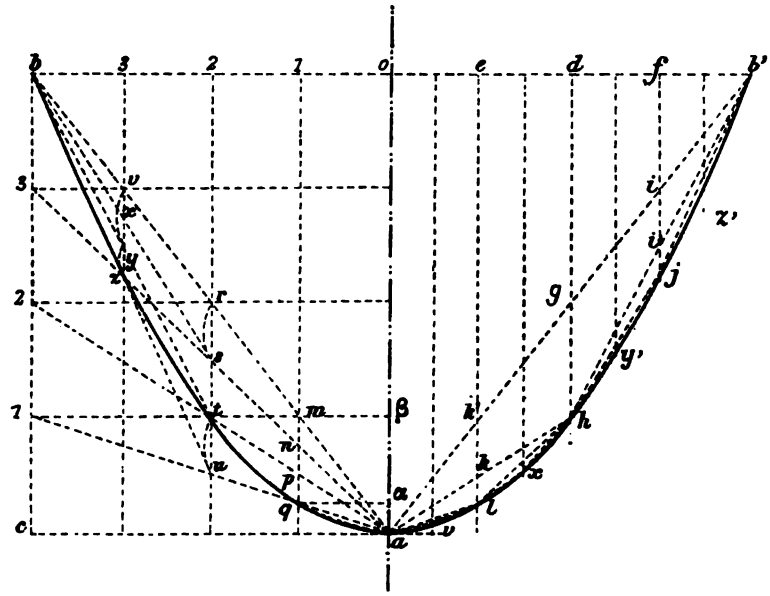
On partage bo en un certain nombre de parties égales

entre elles et bc en un même nombre de parties égales entre elles, et l'on tire $a1$, $a2$, $a3$, ab, les points z, t et q, sont des points de la parabole car on a :

$$\frac{\overline{ob}^2}{\beta t^2} = \frac{ao}{a\beta} = \frac{4}{1}$$

et encore

$$\frac{\overline{ob}^2}{q\alpha^2} = \frac{ao}{a\alpha} = \frac{16}{1}.$$



1er Procédé. 2e Procédé.

Fig. 20

Deuxième procédé. — On tire la ligne ab' et après avoir mené une ordonnée dh sur le milieu de ob' l'on prend $gh = \frac{dg}{2}$; le point h est un des points de la parabole. On divise od et db' en deux parties égales et on mène de nouvelles ordonnées par les points e et f, on tire ah, hb' et on prolonge $k'k$ de $kl = \frac{k'k}{2}$; de même, on prend $i'j = \frac{ii'}{2}$. Les points l et j sont d'autres points de la courbe. On tire al, lh, hj, jb' et on

divise *oe*, *ed*, *df*, *fb'* en deux parties égales, on mène de nouvelles ordonnées sur les milieux de ces lignes pour déterminer d'autres points v', x', y', z', et ainsi de suite.

Ce tracé revient au précédent, car on a bien dans la partie gauche de la figure, en tirant *bs*, *bt*, *bu* :

$$tu = rs = \frac{rt}{2}, \quad pq = \frac{mp}{2} \quad \text{et} \quad yz = \frac{vy}{2}.$$

Troisième procédé fig. 21. — La corde AB et le som-

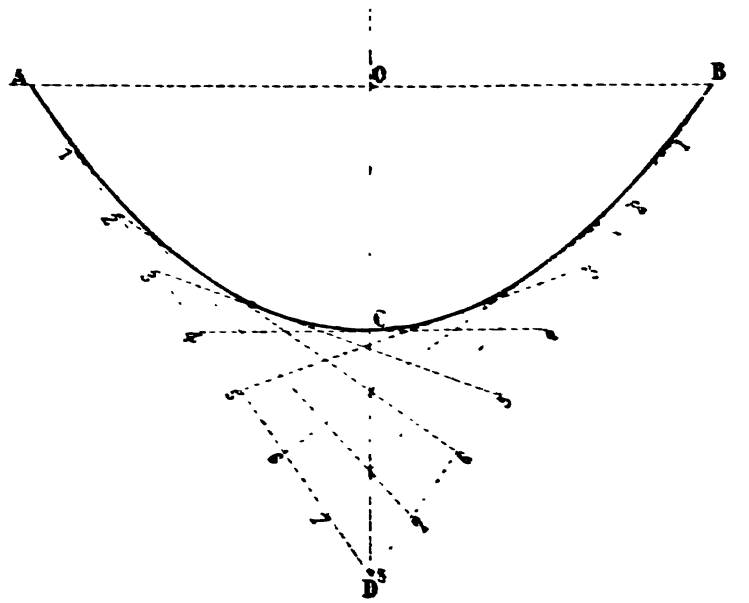


Fig. 21

met C étant connus, on prolonge OC d'une quantité CD = OC et on joint AD, BD. Ces deux lignes, qui sont égales entre elles, sont divisées en un même nombre de parties égales, numérotées de 1 à 8 sur la figure 21 ci-contre : on joint ensuite 1-7, 2-6, 3-5, 4-4 et la courbe ACB, tangente à toutes ces lignes de construction, comme elle est tangente à AD et à BD, est la parabole cherchée.

Parmi ces trois tracés, tous trois simples, on choisira celui qui paraîtra le plus commode.

VI. — *Recherche des moments fléchissants développés dans une poutre encastrée à une de ses extrémités, libre à l'autre, chargée en des points* N, a_1 b_1 c_1 *de sa longueur et soumise en outre, à une charge uniformément répartie par mètre courant* (fig. 1, 2, 3 et 4, Pl. 1).

Soit MN une poutre encastrée en M, soumise à des efforts verticaux de 500^{Kg}, 600^{K}, 1000^{K} et 500^{K} en des points N, a', b' et c' de sa longueur et soumise en outre à une charge uniformément répartie de 200^{Kg} par mètre courant (fig. 1).

Après avoir porté les forces les unes à la suite des autres, sur la verticale AB, on trace le polygone des forces AoB (fig. 2), en plaçant le pôle o, de façon que le premier côté Ao soit horizontal. On construit ensuite, d'après lui, le polygone funiculaire NbPM, dont les côtés NM, Na, ab, bc et cP sont respectivement parallèles à oA, oa', ob', oc', od'. Les ordonnées de ce polygone, prises à une échelle dépendant des échelles de la portée, des forces et de la hauteur polaire H, représentent les moments fléchissants en divers points de la poutre, produits par les surcharges ci-dessus.

Les moments fléchissants, dus à la charge uniformément répartie, sont représentés au-dessus de la poutre, par les ordonnées d'une branche de parabole CN, ayant son sommet au point N. L'ordonnée MC du point d'encastrement M est égale au moment fléchissant à cet encastrement; moment qui, ainsi qu'on l'a vu au § 2 du chap. I, a pour valeur

$$m = \frac{pl^2}{2} = \frac{200 \times \overline{5,00}^2}{2} = 2500^{kgm}$$

et que l'on porte à la même échelle que les moments dus aux surcharges.

Cette échelle est de

$$\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1000}}{2} = \frac{1}{2000},$$

soit 1^{centim} pour 2000^{Kgm}.

La somme des ordonnées du polygone funiculaire NbPM et du segment parabolique MCN prises en un point quel-

conque de la poutre MN, représente le moment fléchissant total en ce point. A l'encastrement on a par conséquent : $M = 11\,500^{Kgm}$, représenté par la ligne CP.

Cette surface des moments a été hachurée en noir sur la figure n° 1.

Dans le cas où les surcharges se réduiraient à une charge

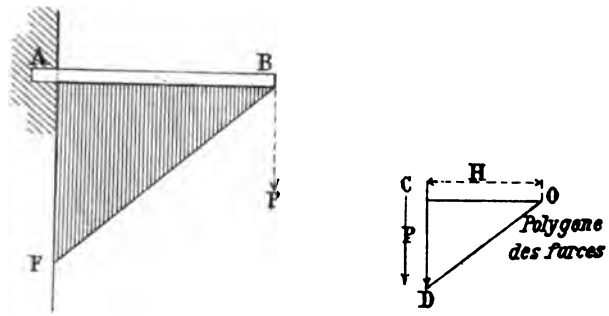


Fig. 22

unique P appliquée à l'extrémité libre B de la poutre, le polygone des forces serait le triangle OCD et le polygone funiculaire des moments serait un simple triangle ABF (fig. 22).

VII. — *Recherche de la ligne élastique* (Pl. 1).

La ligne élastique ou fibre moyenne de la poutre déformée s'obtient en divisant la surface des moments en éléments; on concentre ces éléments comme des forces en leur centre de gravité, et on trace le polygone funiculaire correspondant à ces forces.

En prenant, pour tracer ce polygone funiculaire, une hauteur polaire égale à EI, produit du moment d'inertie de la poutre par le coefficient d'élasticité, le polygone funiculaire ainsi obtenu enveloppe la ligne élastique, et les points de tangence du polygone à la ligne élastique correspondent aux points de division des éléments.

Supposons donc que la section de la poutre encastrée dont il vient d'être parlé ait $0^m,500$ de hauteur et soit composée d'une âme de 500×10 et de quatre cornières de

$$\frac{90 \times 90}{11},$$

que cette section donne

$$\frac{I}{v} = 0{,}001883$$

on en déduit que

$$I = 0{,}001883 \times \frac{0{,}50}{2} = 0{,}00047075.$$

On divise ensuite la surface totale CNP des moments fléchissants, en éléments 1 à 4. Les éléments 1 à 3 sont à peu près des trapèzes et l'élément 4 est une surface triangulaire. En prenant le mètre et le kilogrammètre comme unités et en remarquant que les ordonnées sont déjà à l'échelle de 1^{cm} pour 2000^{km}, on a les résultats ci-après :

$$\text{Surf. } CPcc_1 = \left(\frac{5{,}8 + 4{,}1}{2}\right) 2000 \times 1 = 9900^{kgm}.$$

$$\text{Surf. } cc_1b_1b = \left(\frac{4{,}1 + 1{,}9}{2}\right) 2000 \times 2 = 12000^{kgm}.$$

$$\text{Surf. } bb_1a_1a = \left(\frac{1{,}9 + 0{,}65}{2}\right) 2000 \times 1 = 2550^{kgm}.$$

$$\text{Surf. triang. } a_1Na = \left(\frac{0{,}65 + 6}{2}\right) 2000 \times 2 = 1300^{kgm}.$$

On porte ces moments sur une verticale PB à l'échelle de $0^m{,}005$ pour $10\,000^{kgm}$, soit $\frac{1}{2\,000\,000}$ et on complète le polygone des forces O'PB (fig. 4), en lui donnant une hauteur polaire égale à EI, c'est-à-dire

$$0{,}00047075 \times 16000000000 = 7\,532\,000^{kgm}$$

que l'on prend à l'échelle de 1 mètre pour

$$200\,000\,000 \quad \text{soit} \quad \frac{7\,532\,000}{200\,000\,000} = 0^m{,}0375.$$

On trace le polygone funiculaire F. 1', 2', 3', 4', 5' (fig. 3), qui représente la ligne élastique donnant les déformations verticales.

Pour avoir l'échelle des ordonnées de cette ligne on se rappellera que l'échelle des longueurs est déjà de 1 centi-

mètre par mètre, soit $\frac{1}{100}$ en reportant tout au mètre, de sorte que l'échelle des déplacements verticaux, qui se déduit des précédentes, est de

$$\frac{\frac{1}{100} \times \frac{1}{2000000}}{\frac{1}{200000000}} = \frac{200000000}{200000000} = 1.$$

C'est-à-dire, que la flexion est obtenue en vraie grandeur.

L'épure indique un abaissement de 15 millimètres à l'extrémité de la poutre.

VIII. — *Poutre encastrée horizontalement à ses deux extrémités et chargée d'un poids unique* P *au milieu de sa longueur.* (Voir fig. 5, 6 et 7, planche 1).

Soit AB une poutre de $8^m,00$ de portée, chargée en son milieu d'un poids de 10000 kg (fig. 5).

On construit le polygone des forces LOJ (fig. 6), en portant LJ = 10000 kg et en prenant le pôle sur la perpendiculaire élevée au milieu de LJ ; on trace ensuite le polygone funiculaire A*a*B, comme si la poutre était libre à ses deux extrémités.

La surface de ce polygone est un triangle et a pour valeur en prenant le millimètre comme unité.

$$\text{Surf. A}a\text{B} = \frac{80 \times 40}{2} = 1600^{mm^2} = \text{S}$$

En divisant cette surface par la portée l, on obtient la grandeur

$$\frac{\text{S}}{l} = \frac{1600}{80} = 20^{mm},$$

qui représente, à l'échelle voulue, l'ordonnée indiquant le moment fléchissant sur les appuis ; on porte cette longueur en A*m* et en B*n* et on tire la ligne *mn* parallèle à AB. Cette ligne détermine les moments fléchissants en chaque point de la poutre, et la surface en double hachure A*mfah*B*n*, représente la surface des moments.

On voit qu'aux points *f* et *h* le moment est nul et que le moment *ai* au milieu est égal aux moments sur les appuis

$$Am = Bn = \frac{Pl}{8} = \frac{10000 \times 8}{8} = 10000^{km}$$

comme l'indique la formule de la page 6.

Echelles { Longueurs 0^m, 01 pour 1^{met} / Forces. . . 0^m,004 pour 1000^{kg} / Hauteur polaire 0^m,02 } Moments fléchissants 0^m,02 pour 10000^{kgm} (1)

IX. — *Poutre encastrée horizontalement à ses deux extrémités et chargée d'un poids unique* $P = 6500^{kg}$ *en un point quelconque de sa longueur* (fig. 8, 9, 10 et 11, planche 1).

La construction du polygone des forces LOJ conduit, comme ci-dessus, à la construction du polygone funiculaire A*b*C, que l'on redresse ensuite en A*a*B (fig. 8), par l'un des deux procédés indiqués page 27. On détermine ensuite le centre de gravité G de cette surface des moments. Ici, le polygone des moments étant réduit à un triangle A*a*B, son centre de gravité G se trouve sur la médiane *ad*, au tiers de sa longueur, à partir de la base.

Par ce point G on mène une verticale GM au-dessous de la portée, et deux autres verticales *mn*, *pq* au tiers de la portée de la poutre. On cherche ensuite la surface du triangle

$$AaB = S \quad \text{qui est} \quad \frac{100 \times 34}{2} = 1700^{mm^2} = S,$$

pour le millimètre pris comme unité, et on détermine le quotient

$$\frac{S}{l} = \frac{1700}{100} = 17^{mm}.$$

A droite et à gauche d'un point quelconque S, pris sur la verticale du point G, on mène deux autres verticales distantes de $\frac{l}{6}$ de la ligne GM. Sur ces verticales, on prend IJ, KL = $17^m/^m$ et on joint IL, KJ, qui se coupent sur GM en un point S. On prolonge LI et KJ jusqu'en D et en E, sur la verticale au tiers de gauche. Les longueurs DE et FH (fig. 10), comprises entre ces obliques, sur les deux verticales au tiers, déterminent les moments fléchissants aux deux points d'encastrement.

(1) Sur l'épure, l'échelle des moments fléchissants est indiquée par erreur à 0^m,02 pour 1000^{kgm} c'est pour *10000*^{kgm}, qu'il faut lire (et corriger).

Il n'y a plus qu'à porter DE en BR et FH en AQ et joindre QR pour avoir la ligne qui détermine les moments fléchissants en tous les points de la portée. La surface hachurée détermine ces moments, qui, au point d'application de la force, sont représentés par l'ordonnée

$$fa = 5\,600^{kgm}$$

et sur les appuis, par les ordonnées

$$AQ = 4\,200^{kgm} \qquad \text{et} \qquad BR = 9\,600^{kgm}.$$

Aux points x et y de la portée ils sont nuls.

Pour les échelles on a :

Longueurs. . . . . = $0^{m},01$ pour 1 mètre.
Forces . . . . . = 0,005 pour $1\,000^{kg}$.
Hauteur polaire . . . = 0,02.

Or, le centimètre étant pris pour unité on a

$$\text{Echelle des moments} = \frac{\frac{1}{1} \times \frac{0,5}{1\,000}}{2} = \frac{0,5}{2\,000},$$

soit 0^{cm}, 5 pour 2 000 kilogrammètres ou $0^{m},0025$ pour $1\,000^{kgm}$ soit 1^{cm} pour $4\,000^{kgm}$.

Il convient *de noter* que la ligne QR délimite aussi les moments positifs des moments négatifs ; tous ceux qui sont en dessus de cette ligne sont positifs et tous ceux qui sont au-dessous sont négatifs.

Ainsi *af* est un moment fléchissant négatif tandis que AQ et BR sont des moments positifs.

Charge uniformément répartie agissant en même temps que la charge unique (fig. 11, pl. 1).

Si à la charge isolée de $6\,500^{kg}$ ci-dessus, la poutre était soumise en outre, à une charge uniformément répartie de $1\,000^{kg}$ par mètre courant, on tracerait la parabole MTN (fig. 11), représentative des moments fléchissants produite par cette charge, en supposant la poutre simplement appuyée à ses deux extrémités et on se rappellerait pour cela que (page 3), le moment fléchissant ou

$$UT = \frac{pl^2}{8} = \frac{1\,000 \times \overline{10}^2}{8} = 12\,500^{kgm},$$

ce qui, à l'échelle des moments ci-dessus, donnerait à UT une longueur de $0,0025 \times 12,5 = 0^m,0315$.

On se rappellerait, en outre (page 7), que, comme la poutre est encastrée à ses deux extrémités, le moment fléchissant au milieu est

$$\frac{pl^2}{24} = \frac{1\,000 \times \overline{10}^2}{24} = 4166^{kgm},6$$

que l'on porterait en TV, et par le point V, on mènerait l'horizontale A'B', qui séparerait les moments négatifs des moments positifs.

On aurait alors, sur les appuis MA' = NB', moment d'encastrement qui a été donné par

$$\frac{pl^2}{12} = \frac{1\,000 \times \overline{10}^2}{12} = 8\,333^{kgm},3.$$

Comme vérification, on remarquera que l'on a bien

$$\frac{pl^2}{8} = \frac{pl^2}{24} + \frac{pl^2}{12},$$

de même que

$$12\,500^{kgm} = 4166^{kgm},6 + 8\,333^{kgm},3.$$

Enfin, en additionnant les moments de même signe de la première épure avec ceux de la seconde, on obtient la figure définitive représentant la somme de tous les moments développés, en chaque point de la portée, par la charge P et par la charge uniformément répartie de $1\,000^{kg}$ par mètre courant. Ces moments sont limités par la courbe VXY et la droite A'B' ; leur surface est d'ailleurs hachurée sur la figure 11.

X. — *Poutre encastrée horizontalement à ses deux extrémités et soumise à des charges distribuées d'une façon quelconque* (fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9, pl. 2).

Soit une poutre de 10 mètres de portée et soumise à quatre charges (fig. 1)

$P_1 = 3300^{kg}$, $P_2 = 4300^{kg}$, $P_3 = 5300^{kg}$ et $P_4 = 6300^{kg}$.

Après avoir construit le polygone des forces ORT (fig. 2), on trace le polygone funiculaire correspondant, A*abcde*, comme si la poutre était simplement appuyée à ses deux

extrémités et on redresse cette figure, pour obtenir le polygone des moments négatifs A$a'b'c'd'$B, dont il faut déterminer le centre de gravité G.

A cet effet, on remarquera tout d'abord que celui-ci doit se trouver sur la ligne Aa_1 b_1 c_1 d_1 B, qui passe par les centres de gravité de chacun des triangles A$a'a''$-B$d'd''$ et les milieux des côtés verticaux des trapèzes $a'a''b''b'$ - $b'b''c''c'$ - $c'c''d''d'$. On mène des verticales en dessous des centres de gravité g-g'-g''-g'''-g^{IV} de ces figures et on cherche les surfaces de chacun des triangles et des trapèzes ci-dessus, entrant dans la composition du polygone des moments négatifs.

On a par exemple :

$$\text{Surf. triang. } Aa'a'' = \frac{30 \times 20}{2} = 330^{mm^2}.$$

$$\text{Surf. trapèze } a'a''b''b' = \left(\frac{33+52}{2}\right)20 = 880 \text{ —}$$

$$\text{Surf. trapèze } b'b''c''c' = \left(\frac{55+60}{2}\right)20 = 1150 \text{ —}$$

$$\text{Surf. trapèze } c'c''d''d' = \left(\frac{60+42{,}6}{2}\right)20 = 1026 \text{ —}$$

$$\text{Surf. triang. } d'd''B = \frac{42{,}6 \times 20}{2} = 426 \text{ —}$$

$$\text{Surf. Polygone } Aa'b'c'd'B = 3812^{mm^2} = S.$$

le millimètre étant pris comme unité de longueur et le millimètre carré, comme unité de surface.

On tire de là :

$$\frac{S}{l} = \frac{3812}{100} = 38^{mm},12.$$

Avec ces surfaces comptées comme forces, on construit un nouveau polygone des forces MO'N (fig. 3), et on trace un nouveau funiculaire, *fhijklp* (fig. 4), dont les deux côtés extrêmes prolongés, se coupent en un point m ; ce point est situé sur la résultante des forces portées dans le polygone MO'N.

La verticale de ce point m, prolongée dans le polygone des moments négatifs, coupe la ligne des centres de gravité

en un point G, qui est le centre de gravité de la surface totale A*a'b'c'd'*B.

On a alors tous les éléments pour déterminer les moments positifs aux points d'encastrement de la poutre.

Il suffit, comme dans la figure précédente, de mener les deux verticales au tiers de la portée et, à partir d'un point X de la verticale du centre de gravité, porter les longueurs XV (fig. 5), normales à ces lignes et égales à

$$\frac{l}{6} = \frac{100}{6} = 16^{mm},6$$

le sixième de la portée.

Sur les verticales des points V et Y, on porte

$$EF = CD = \frac{S}{l} = 38^{mm},12.$$

On joint ED, CI, que l'on prolonge jusqu'aux verticales au tiers ; les segments HI et JK déterminés sur ces verticales, par les lignes croisées, déterminent les moments fléchissants aux points d'encastrements B et A de la poutre.

On porte

$$M_A = JK = 16\,500^{kgm} \qquad \text{et} \qquad M_B = HI = 21\,600^{kgm}$$

et les ordonnées des surfaces hachurées, de la figure 1 représentent les moments fléchissants développés dans toute l'étendue de la poutre.

Ces moments sont à l'échelle de

$$\frac{\frac{1}{1} \times \frac{0,4}{1\,000}}{2} = \frac{0,4}{2\,000}$$

ou $0^{cm},2$ pour 1000^{kgm}, soit 1^{cm} pour 5000^{kgm}.

Détermination de la ligne élastique de la poutre ci-dessus (fig. 6, 7, 8 et 9).

La poutre est composée, comme l'indique la section de la figure 8, mais les deux semelles de 160×9 n'existent que près des encastrements.

La section avec une semelle donne

$$\frac{I}{v} = 0,002502 \qquad \text{d'où} \qquad I = 0,002502 \times 0,284 = 0,000710$$

et

$$EI = 0{,}00071 \times 16000000000 = 11360000.$$

La section avec deux semelles donne

$$\frac{I}{v} = 0{,}00315 \qquad \text{d'où} \qquad I = 0{,}000923$$

et

$$EI = 14768000.$$

En prenant une hauteur polaire EI égale à

$$\frac{1}{200000000}.$$

Les hauteurs polaires du polygone des moments (fig. 7) seront respectivement de

$$\frac{11360000}{200000000} = 0^{m},0568 = H'$$

et

$$\frac{14768000}{200000000} = 0^{m},0738 = H.$$

La décomposition de la surface totale des moments fléchissants de la figure 6 en éléments, donne le tableau ci-après, dont les résultats sont des kilogrammètres.

Comme dans la portée de la poutre le mètre est représenté par un centimètre et que le centimètre est l'unité dans la mesure des bases des figures élémentaires 1 à 9.

$$\text{Surf. } 1 = \frac{33{,}5 + 17}{2} \times 1 \times 500 = 12625 \text{ kilogrammètres.}$$

$$\text{Surf. } 2 = \frac{17 + 3{,}2}{2} \times 1 \times 500 = 5050 \quad —$$

$$\text{Surf. } 3 = \frac{0{,}32 \times 3}{2} \times 500 = 240 \quad —$$

$$\text{Surf. } 4 = \frac{1{,}7 \times 18}{2} \times 500 = 7500 \quad —$$

$$\text{Surf. } 5 = \frac{18 + 20{,}8}{2} \times 2 \times 500 = 19400 \quad —$$

$$\text{Surf. } 6 = \frac{20{,}8 + 2{,}5}{2} \times 2 \times 500 = 11650 \quad —$$

$$\text{Surf. } 7 = \frac{2{,}5 \times 0{,}15}{2} \times 500 = 80^{\text{kilogrammètres.}}$$

$$\text{Surf. } 8 = \frac{15{,}5 \times 0{,}7}{2} \times 500 = 2712 \quad —$$

$$\text{Surf. } 9 = \frac{15{,}5 + 43}{2} \times 1{,}2 \times 500 = 17\,800 \quad —$$

On trace le polygone des forces AIB résultant de ces charges verticales, dont les unes, 1, 2, 3, 8 et 9 sont dirigées de bas en haut et sont portées à une distance polaire H, tandis que les autres, 4, 5, 6 et 7, correspondant aux moments négatifs, 4, 5, 6 et 7, sont portées de haut en bas, sur CD, à une distance polaire H′, selon que la poutre a deux semelles ou une seule semelle au point considéré. Le polygone funiculaire MNP (fig. 9), tracé avec ce polygone des forces, représente la ligne élastique, dont les ordonnées sont à l'échelle double de grandeur naturelle. En effet, les surfaces des moments sont portées à l'échelle de $0^m,01$ pour 10000 ou

$$\frac{1}{1\,000\,000}$$

la portée est à l'échelle de

$$\frac{1}{100}$$

et les hauteurs polaires à

$$\frac{1}{200\,000\,000}$$

L'échelle des déformations est donc de

$$\frac{\frac{1}{1\,000\,000} \times \frac{1}{100}}{\frac{1}{200\,000\,000}} = \frac{200\,000\,000}{100\,000\,000} = 2.$$

XI. — *Poutre horizontale, encastrée à une de ses extrémités* B *reposant librement à l'autre* A, *et soumise à des charges distribuées d'une façon quelconque* (fig. 10, 11, 12 et 13, Planche II).

Soit une poutre de $8^m,00$ de portée et chargée de 3 poids

isolés $P_1 = 5000^k$, $P_2 = 6250^k$ et $P_3 = 7500^k$ (fig. 10).

On opère d'abord, comme dans le cas précédent, c'est-à-dire qu'on construit le polygone des forces COD (fig. 11) et le polygone funiculaire correspondant AEFGH des moments négatifs, comme si la poutre était simplement appuyée à ses deux extrémités. Puis on redresse ce dernier polygone pour obtenir le polygone des moments négatifs AE'F'G'B, et on détermine le centre de gravité G de la surface ABG'F'E'A, comme nous l'avons fait précédemment. A cet effet, après avoir décomposé l'aire ci-dessus en triangles et en trapèzes, par les centres de gravité desquels on mène les verticales : *fg*, pour le triangle AE'*a*, *hi* pour le trapèze *ab*F'E' ; *jk* pour le trapèze *bc*G'F' et *lm* pour le triangle CBG', on détermine les surfaces de chacun des triangles et trapèzes ci-dessus :

1. — Surf. triang. AE'*a* $= \dfrac{23 \times 35}{2} = 402^{mm^2},50$

2. — Surf. trapèze *ab*F'E' $= \left(\dfrac{23 + 25,5}{2}\right) 15 = 363\ ,75$

3. — Surf. trapèze *bc*G'F' $= \left(\dfrac{25,5 + 19}{2}\right) 14 = 311\ ,50$

4. — Surf. triang. CBG' $= \dfrac{19 \times 16}{2} = 152\ ,00$

Donc, surface totale des moments négatifs
ABG'F'E' . . . . . $= 1299^{mm^2},75 = S$

et

$$\frac{S}{l} = \frac{1229,75}{81} = 15^{mm},19.$$

On porte ces surfaces, considérées comme charges, pour construire un autre polygone des forces MO'N (fig. 12) et on trace, d'après lui, le funiculaire P*gikm*R, qui détermine le point N par la rencontre des deux côtés extrêmes et prolongés P*g* et R*m*. C'est sur la verticale de ce point *n* que se trouve le centre de gravité cherché G des moments négatifs.

Pour obtenir la valeur du moment positif à l'encastrement B, on tire de haut en bas, une verticale passant par le

point trouvé G, d'un point S_1 pris sur cette ligne on mène une horizontale

$$S_1f = \frac{l}{6} = \frac{81}{6} = 13^{mm},50$$

(fig. 13) et par le point f, une verticale

$$B_1B_1' = \frac{S}{l} = 15^{mm},19.$$

En joignant B_1S_1 et $B_1'S_1$ et en prolongeant, on obtient, sur la verticale de l'appui A, une longueur A_1A_1', que l'on porte en $A_2'A_2$, à partir d'une horizontale $A_2'B_1$ (fig. 13). Par le point D, situé aux deux tiers de la portée, à partir de l'appui A_2' et au tiers à partir de l'appui B_1, on tire la ligne A_2D, que l'on prolonge jusqu'en B_1'. Le segment B_1B_1' découpé par les lignes $A_2'B_1$ et A_2B_1', sur la verticale de l'appui B est égal au moment d'encastrement M_B, sur l'appui B_1, c'est un moment positif.

En portant B_1B_1' en BB' et en joignant AB', on détermine les moments positifs et négatifs dans toutes les sections de la poutre.

D'après les échelles de l'épure, les ordonnées représentent les moments fléchissants à raison de 1 millim. pour 1000^{kgm}. Le moment à l'encastrement est donc de 25100^{kgm} environ.

Ce résultat se vérifie d'ailleurs par la formule analytique, qui est donnée en fonction de S et de la distance horizontale Z' du centre de gravité G à l'appui de gauche. Ce moment est

$$M_B = \frac{3SZ'}{l^2},$$

et, en remplaçant les lettres par leurs valeurs, et en remarquant que

$$Z' = 44,5,$$

$$M_B = \frac{3 \times 1229,75 \times 44,5}{81^2} = 25^{mm},022,$$

soit d'après l'échelle des moments 25022^{kgm} ; résultat conforme à ceux donnés par l'épure.

Le tracé de la ligne élastique se ferait à peu près comme dans le numéro précédent.

§ IV

Efforts tranchants.

I. — L'effort tranchant dans une section XX′ d'une poutre métallique est un effort vertical qui tend à cisailler la poutre, en faisant glisser l'un sur l'autre, les deux tronçons AX, XB.

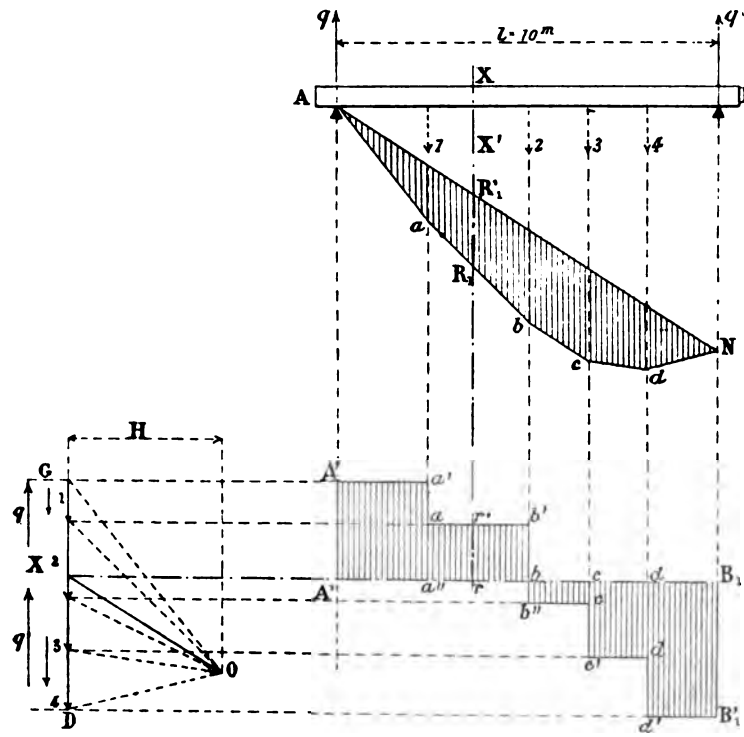


Fig. 23

En nous reportant aux problèmes ci-devant, nous allons rechercher, les efforts tranchants développés dans les poutres, pour les cas les plus usuels.

Ainsi, nous avons déterminé pages 25 et 26 et par l'épure reproduite ci-dessus (fig. 23), le moment fléchissant

produit par quatre forces 1, 2, 3 et 4 appliquées en certains points d'une poutre de 10 mètres de portée, reposant sur deux appuis de niveau, et nous avons trouvé que le polygone funiculaire A*abcd*N représenté, par ses ordonnées verticales comprises entre son contour extérieur et la ligne de fermeture, les valeurs des moments fléchissants en chaque point de la portée.

De sorte que, pour une section quelconque XX′, le moment fléchissant est représenté par l'ordonnée R_1R_1' à l'échelle adoptée. L'effort tranchant s'obtiendra en menant des horizontales par le point X extrémité de la ligne OX dans le polygone des forces, par les extrémités des forces 1, 2, 3 et 4, de ce polygone et en prolongeant les verticales correspondant aux appuis A, B et aux forces 1, 2, 3, 4. Ces verticales découpent, sur les horizontales précédentes, une série de segments qui constituent une figure en escalier, hachurée dans l'épure (fig. 23).

Si on veut avoir l'effort tranchant dans une section quelconque XX′, il suffira de prolonger vers le bas la verticale XX′ et de relever, sur la figure en escalier, la grandeur *rr′*.

De semblables épures montrent clairement que de la position et de la grandeur des poids placés sur une poutre, on déduit facilement les réactions des appuis, les moments fléchissants et les efforts tranchants.

II. — *Cas où la poutre supporte des charges uniformément réparties.* (Voir fig. 24 ci-après.)

Si les charges 1, 2, 3, 4 ci-dessus étaient égales entre elles et divisaient la portée totale en quatre parties égales, comme l'indique la figure 24, le polygone des forces A*abcd*N ci-dessus, serait régulier et la figure en escalier représentant les efforts tranchants, serait elle-même régulière.

Enfin, si les forces égales étaient infiniment rapprochées, comme dans les poutres soumises à une charge uniformément répartie, le polygone funiculaire représentant les moments fléchissants, aurait un nombre infini de côtés, et la limite vers laquelle tendrait ce polygone serait une parabole (voir fig. 18). Les efforts tranchants, de leur côté, seraient

limités par une ligne inclinée TT′, qui coupe l'axe $A''_1B''_1$ au milieu M de la portée. Cette ligne TT′ a pour ordonnées finales A''_1T et B''_1T' égales entre elles et à la moitié de la charge totale de la poutre, c'est-à-dire à $\frac{pl}{2}$.

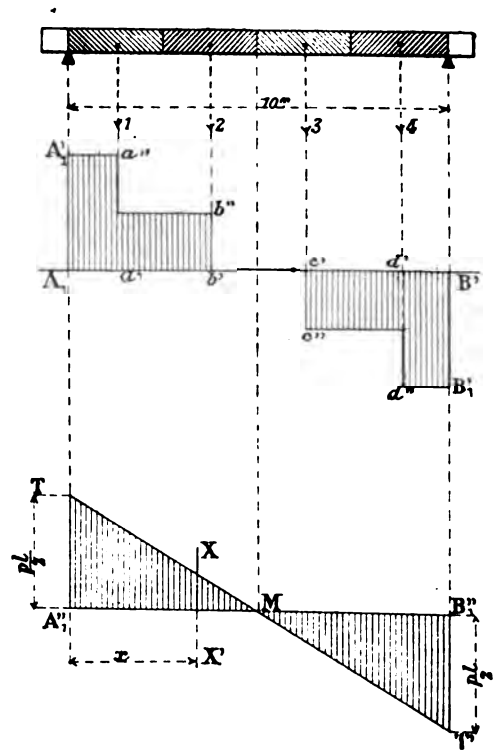


Fig. 24

Cette même figure 24 montre que l'effort tranchant, dans une section XX′, située à une distance x de l'appui de gauche, est égal à

$$T = \frac{pl}{2} - px,$$

et qu'au milieu où $x = \frac{l}{2}$

$$T = \frac{pl}{2} - \frac{pl}{2} = 0.$$

L'effort tranchant en un point de la poutre est donc égal à

la différence des forces verticales qui agissent sur l'appui et les forces verticales qui agissent depuis cet appui jusqu'au point considéré.

Les poutres pour ponts métalliques étant reliées entre elles par des pièces de pont qui supportent la charge uniformé-

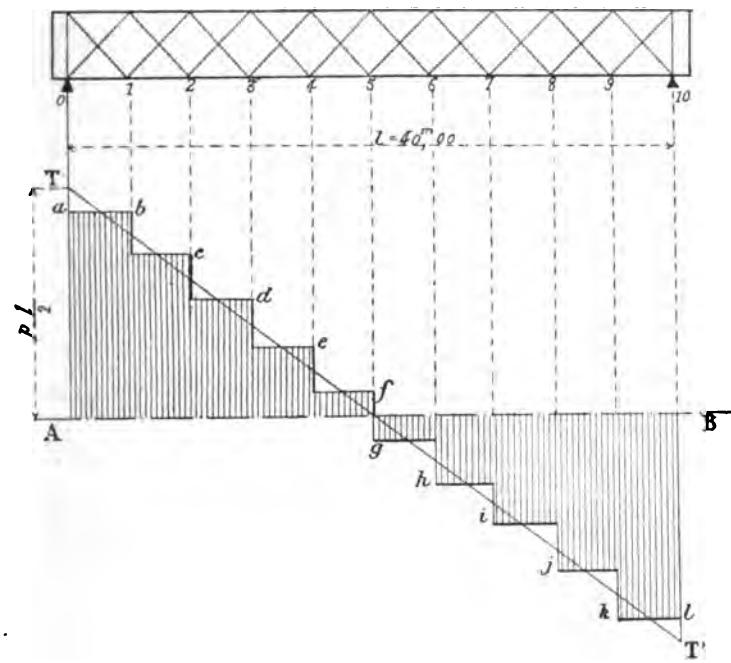


Fig. 25

ment répartie sur le tablier ; cette charge est transmise aux points d'attache de ces pièces. De sorte que la maîtresse poutre de ces ouvrages est chargée aux points d'attache 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10 des pièces de pont, comme l'indique la figure 25 ci-dessus. En supposant donc que la charge uniformément répartie par mètre courant soit de 1500^{k} pour une poutre de 40 mètres de portée, l'effort tranchant sur la culée est toujours

$$T = \frac{pl}{2} = \frac{1500 \times 40}{2} = 30000^{kg},$$

et la ligne TT′ des efforts tranchants est remplacée par la ligne en escalier *abcdefghijkl* dont chaque élément horizontal coupe la ligne inclinée au milieu de l'intervalle de chaque pièce de pont.

Et c'est d'après cette ligne représentative des efforts tranchants, que l'on calcule habituellement la force des barres de treillis ou des montants verticaux.

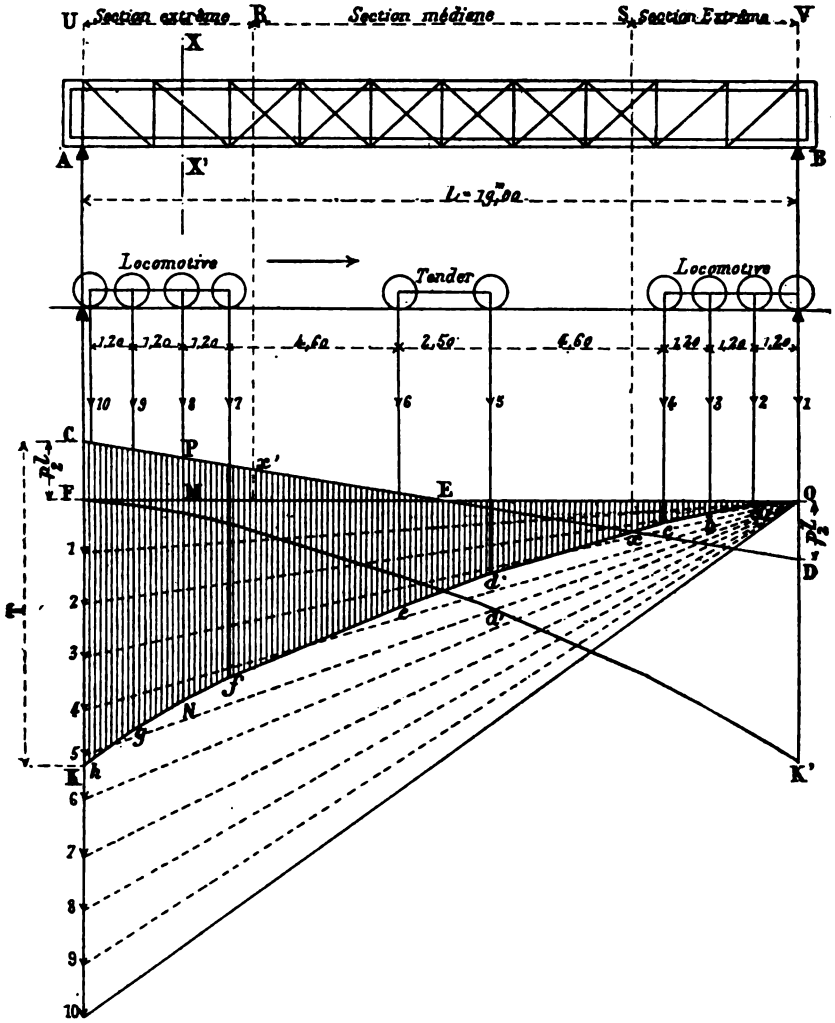
III. — *Efforts tranchants maxima développés dans une poutre* (fig. 26).

Lorsqu'une charge roulante s'avance progressivement sur un pont, elle développe, en chaque point des poutres, des efforts tranchants variables avec sa position sur le tablier, mais un polygone funiculaire très simple à construire, permet de déterminer, dans toutes les sections, le plus grand effort tranchant qui peut s'y produire.

Supposons que la figure 26 représente une poutre d'un tablier métallique de 19^{m} de portée à une seule voie ferrée ; et qu'une locomotive (du train type de la circulaire ministérielle du 29 août 1891), suivie de son tender et d'une deuxième locomotive, parcourent le pont d'un bout à l'autre, soient enfin 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10, les charges produites sur cette poutre, par la moitié du poids total de chaque essieu.

On place la tête du train sur l'appui B, par exemple, et on porte les forces 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10, de haut en bas à partir du point F, sur la verticale passant par l'appui A, puis on construit le polygone des forces OF10, dont le premier côté FO est horizontal, et le polygone funiculaire correspondant O*abcdef*N*gh*K, dont le côté O*a* est parallèle à O1, *ab* parallèle à O2, *bc* parallèle à O3, *cd* à O4... *h*K parallèle à O10. On obtient ainsi la surface polygonale FO*abcdef*N*h*K, dont les ordonnées représentent l'effort tranchant en chaque point de la portée. Lorsque la tête du train se présente sur l'appui A et marche de A vers B, il détermine une courbe d'efforts tranchants, OF*d*′K′, égale et symétriquement disposée par rapport au milieu de la poutre. La figure OF*d*′K′ se rapporte à la marche du train de gauche à droite et la

figure FO*d*K se rapporte à la marche de droite à gauche,



Echelles. { Longueurs . . . . . 0,005 par mètre.
Charges . . . . . 0,001 pour 1000kg.
Efforts tranchants. . . 0,001 par tonne.

Les charges 1, 2, 3, 4 et 7 à 10 = 7 tonnes.
Les charges 5, 6 . . . . . = 6 tonnes.

Fig. 26

c'est-à-dire lorsque la tête du train entre par l'appui B. En

sorte, que l'ordonnée MN représente l'effort tranchant maximum maximorum, produit dans la section XX′ de la poutre, par le passage de la tête du train-type sur cette section, lorsqu'il entre par l'appui B. L'effort tranchant maximum FK, mesuré sur l'appui A, lorsque le train entre par l'appui B, est de 34 500^{kg} pris à l'échelle indiquée sur la figure.

Pour avoir les efforts tranchants totaux développés dans cette poutre, à la fois par la surcharge roulante et par la charge permanente, il n'y a qu'à tirer la ligne droite CD coupant OF en son milieu E et déterminée de façon que les ordonnées finales FC et OD soient égales, comme nous l'avons vu à $\frac{pl}{2}$. La charge permanente par mètre courant de poutre étant supposée de 725^{kg}, par exemple, on a

$$\frac{pl}{2} = \frac{725 \times 19}{2} = 6\,687^{kg},5,$$

que l'on porte à la même échelle que les charges roulantes 1, 2, 3, 4, 5, ..., 10.

Les ordonnées de la figure hachurée verticalement ainsi obtenue CEO*abcde*K, représentent alors la totalité des efforts tranchants susceptibles de se produire dans chaque section par la charge roulante et par la charge permanente. De sorte que sur la culée B, lorsque la tête du train y arrive, on a T = 41 187^{kg},50.

IV. — *Section médiane et sections extrêmes d'une poutre* (fig. 26).

Soit x le point de rencontre de la ligne ED, limitative des efforts tranchants dus à la charge permanente, avec le polygone funiculaire des efforts tranchants dus à la surcharge roulante, prenons $Ex' = Ex$ et menons des verticales par ces points jusqu'à la partie supérieure de la poutre. La longueur de cette poutre est ainsi partagée en trois sections distinctes, dont l'une, celle du milieu, RS, s'appelle *Section médiane*.

Dans cette section, qu'il est intéressant de déterminer dans

certains cas, les efforts tranchants produits par la surcharge roulante, combinés avec ceux de la charge permanente, sont tantôt dirigés de haut en bas et tantôt de bas en haut, c'est-à-dire tantôt positifs et tantôt négatifs, selon que la locomotive entre dans le pont par l'appui A ou par l'appui B.

Les deux autres sections RU et SV s'appellent *Sections extrêmes*, et les efforts tranchants y sont toujours dirigés dans le même sens, que la charge roulante marche de gauche à droite ou de droite à gauche.

Comme conséquence de cette remarque, dans les poutres à treillis en N pour pont de chemin de fer ou pour pont-route, il faudra toujours, pour résister au renversement des efforts tranchants, croiser les barres de treillis dans la section médiane, comme le représente la figure 26.

Dans les poutres à treillis croisés, cette précaution est inutile.

V. — *Charge mobile et uniformément répartie.*

Si la charge mobile est uniformément répartie sur le tablier et qu'elle s'avance progressivement, le polygone

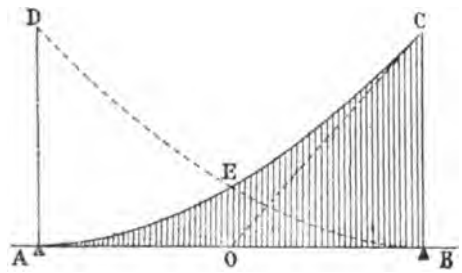


Fig. 27

funiculaire des efforts tranchants se réduit à une parabole AC (fig. 27), dont le sommet est sur un appui A et dont la branche coupe la verticale de l'autre appui, à une hauteur

$$CB = \frac{pl}{2}.$$

La courbe AC est tangente à la droite OC menée par le

point O milieu de la portée. Au milieu de cette portée, l'effort tranchant a pour valeur $\frac{pl}{8}$, représentée par la droite

$$EO = \frac{CB}{4}.$$

Le cas ci-dessus se produirait effectivement dans la pratique, si un régiment de ligne, en rangs serrés, parcourait le pont d'un bout à l'autre.

Il est à peine besoin de faire remarquer que cette courbe AC, représentative des efforts tranchants maxima a une courbe symétrique BD, selon que la charge mobile entre sur le pont, par l'appui B ou par l'appui A, comme dans le cas précédemment examiné.

§ V

Moments fléchissants maxima développés dans une poutre.

I. — Lorsqu'une poutre AB est soumise à l'action d'une charge roulante unique P (fig. 28), le moment fléchissant est variable avec chaque position de la charge et facile à déterminer, soit graphiquement, soit par les formules de la page 4. Au milieu, il est maximum et égal à $\frac{Pl}{4}$, et la courbe représentative des plus grands moments fléchissants produits par la charge parcourant toute la poutre est une parabole A*abc*B, dont l'ordonnée du sommet est $\frac{Pl}{4}$.

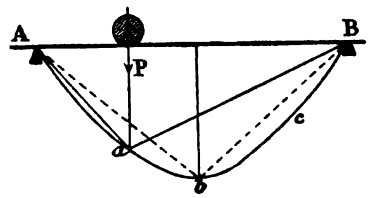


Fig. 28

Lorsqu'au lieu d'un seul poids qui se déplace, il y a une série d'essieux qui se suivent à intervalles fixes, comme ceux d'une locomotive, les effets des charges se superposent et le moment fléchissant dans chaque section, est augmenté du

moment produit par les roues voisines. On a alors une série de courbes paraboliques qui déterminent les moments produits par le passage de la locomotive, et il est important de déterminer rapidement la position de la locomotive qui donne, pour chaque section, le moment fléchissant maximum maximorum.

Supposons donc que les poutres d'un tablier métallique soient soumises aux charges produites par le passage d'une

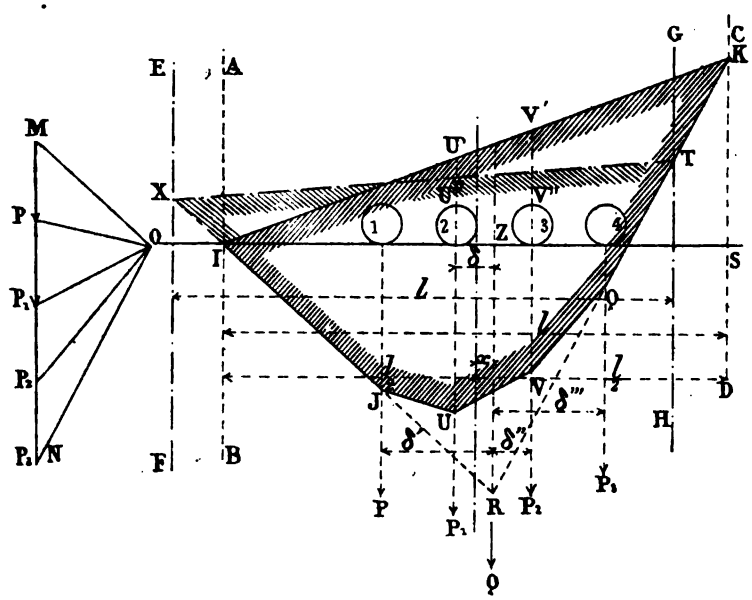


Fig. 29

locomotive dont les 4 essieux forment les charges respectives, $P - P_1 - P_2 - P_3$, disposées comme ci-dessus (fig. 29).

On construit le polygone des forces MON, comme il a été indiqué plus haut, en portant bout à bout les forces verticales $P - P_1 - P_2 - P_3$. En supposant que la locomotive soit dans une position quelconque sur la portée l comprise entre les verticales AB, CD, on trace le polygone funiculaire IJUVQKI, d'après le polygone des forces. En prolongeant les côtés XJ et KQ en R, leur point de rencontre détermine sur l'horizontale IS de la portée, le point d'application Z de la résul-

tante du poids des 4 essieux et les ordonnées UU′, V′V représentent les moments fléchissants sous les charges P_1 et P_2.

Si on forme le polygone funiculaire en prenant la portée l comprise entre les verticales EF, GH, en partant du point X, on obtient le nouveau polygone de surface des moments XJUVQTX, dans lequel la mesure des nouvelles ordonnées UU″, VV″ donne les nouveaux moments sous les charges P_1 et P_2. Par la comparaison de ces moments fléchissants avec les premiers, et par un nouveau tâtonnement, on arriverait à cette conclusion :

Que lorsqu'un système de poids mobiles à écartements invariables agit sur une poutre, *le plus grand moment fléchissant correspondant à un essieu déterminé se produit lorsque cet essieu et la résultante* Q *de l'ensemble des poids sont situés à égale distance du milieu de la poutre.* C'est la vérification du problème que M. Barré a résolu depuis longtemps en posant

$$x = \frac{\delta}{2},$$

lorsqu'on fait abstraction de la charge uniformément répartie et qu'on cherche le moment fléchissant maximum maximorum produit par l'essieu 2 sur la poutre.

Ainsi que nous l'avons énoncé ci-dessus, la règle s'applique à toutes les charges.

Comme conséquence de ce qui précède, on déduit que le moment maximum développé dans une poutre se produira toujours sous l'un des deux essieux les plus chargés P_1 ou P_2 qui sont situés de chaque côté de la verticale du centre de gravité et lorsque cet essieu et la résultante Q sont situés à égale distance du milieu de la poutre.

La connaissance de cette propriété est *très importante* pour le calcul rapide des poutres à faible portée et pour la vérification des flèches dans les épreuves des ponts métalliques.

Elle permet en effet de placer immédiatement la machine dans la position où elle produira le moment fléchissant maximum et la flèche maximum.

II. — *Charge la plus défavorable d'une poutre, par rapport aux moments fléchissants* (Pl. III).

En s'inspirant du problème ci-dessus et par un artifice analogue à celui qui a été employé pour les efforts tranchants, on détermine facilement la courbe des plus grands moments fléchissants produits par le passage du train type de la circulaire ministérielle du 29 août 1891, que l'on trouvera au chapitre III.

Soit un pont de 19 mètres de portée (fig. 1, pl. 3), dont chaque poutre longitudinale reçoit la charge de plusieurs séries d'essieux pesant chacun $\frac{14}{2} = 7$ tonnes pour les roues des deux locomotives et $\frac{12}{2} = 6$ tonnes, pour les roues des deux tenders.

On construit le polygone des forces MON, en portant, sur une verticale les forces 1, 2, 3, 4, 5.... 10, 11 et 12 et en prenant le pôle O à une distance polaire quelconque $H = 2^{cm}$.

On mène tous les rayons vecteurs allant du point O à l'extrémité des forces portées sur MN, et on trace une fois pour toutes, le polygone funiculaire XYZ, dont les côtés sont parallèles aux rayons vecteurs.

Pour rechercher le moment fléchissant maximum en chaque point de la poutre, on se rappellera tout d'abord que ce moment s'y produit lorsque l'un des essieux les plus lourds de la charge roulante passe sur le point considéré.

On place la portée de la poutre dans les positions successives AA′, BB′, CC′, DD′, EE′, FF′, GG′, en ayant soin de choisir les diverses positions de façon que quelques-unes d'entre elles comprennent les essieux les plus lourds au milieu de la portée, et on ferme le polygone des moments correspondant à chacune de ces positions.

La courbe des moments de flexion maxima, qui se produisent sous le déplacement du train, s'obtient alors en construisant, sur une feuille de papier calque, une épure dont la portée MN représentant 19 mètres, à l'échelle convenue, est divisée en 20 parties égales, par des ordonnées menées des points de division 0 à 20 et en dessous de MN (fig. 2).

On fait ensuite glisser la figure ainsi obtenue, sur le polygone funiculaire XYZ, en ayant bien soin de maintenir la ligne MN du calque, parallèle à la poutre de l'épure n° 1, sur laquelle sont représentés les essieux roulants. Il faut avoir soin aussi de faire coïncider, à chaque superposition, les verticales des points M, N, du calque, avec les verticales passant par A, B, C, D..... et on marqne par un point, sur les ordonnées au 1/20 du calque, le moment fléchissant correspondant, mesuré sur le polygone funiculaire, tel que A_1A_2 - B_1B_2 - C_1C_2 - D_1D_2.... On fait passer ensuite une courbe MPQRN par les extrémités des plus longues ordonnées ainsi obtenues ; c'est la courbe représentative des plus grands moments fléchissants qui puissent être développés dans la poutre, par le passage du train-type.

L'échelle des forces étant de $0^m,001$ par tonne et celle de la portée de $0^m,005$ par mètre.

La hauteur polaire étant de $0^m,02$, l'échelle des moments est de $0^m,010$ pour $40\,000^{kgm}$.

Il convient de remarquer que le train-type pouvant parcourir la poutre de gauche à droite aussi bien que de droite à gauche, la courbe est symétrique par rapport au milieu de la travée et qu'il suffit de limiter à la moitié de la portée la notation des moments les plus forts, sur ces divisions au 1/20. L'autre moitié de courbe se déterminera en repliant le calque en deux, suivant l'axe de la travée, et en traçant la courbe enveloppant les moments maxima dans chaque demi-travée, au droit des ordonnées correspondantes.

En totalisant les ordonnées de l'épure ainsi obtenue, avec celles de la parabole provenant de la charge uniformément répartie sur la poutre, on construit facilement l'épure représentant la somme de tous les moments maximorum développés en chaque point de cette poutre, par l'effet combiné de la charge permanente avec la surcharge roulante.

C'est d'après cette dernière épure qu'on détermine la résistance de la poutre.

§ VI

Application de la statique graphique à la recherche du centre de gravité des figures (pl. 3).

Soit à trouver le centre de gravité d'une poutre ayant la section de la fig. 3, pl. 3.

Cette figure peut être considérée comme composée de huit rectangles 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8, dont les surfaces peuvent être représentées par des charges agissant en leur centre de gravité respectif *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i* et *j*.

Or, la force agissant en *c*, c'est la surface	$420 \times 55 =$	23100^{mm^2}
La force agissant en *d* est	$211 \times 15 =$	3165
— — *e* —	$85 \times 41 =$	3485
— — *f* —	$500 \times 11 =$	5500
— — *g* —	$500 \times 11 =$	5500
— — *h* —	$85 \times 41 =$	3485
— — *i* —	$211 \times 15 =$	3165
— — *j* —	$420 \times 22 =$	9240
La résultante sera donc		56640^{mm^2}

Le problème revient donc à celui-ci :

Étant donnée une poutre de portée *cj*, trouver, sur cette poutre, le point d'attache de la résultante des forces agissant en *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i* et *j*.

Le millimètre étant pris comme unité linéaire.

On construit le triangle des forces AOB (fig. 4), en portant ces forces successivement l'une à la suite de l'autre, à une échelle convenue $\frac{1}{1000}$ par exemple, en A1, une longueur représentant le nombre 23100 en 1 — 2 = 3165, en 2 — 3 une longueur représentant le nombre 3485 et AB = 56640. En donnant à ce polygone une hauteur polaire quelconque, il reste à tracer, sur MN, le polygone funiculaire correspondant à ce polygone des forces, en tirant M*k*, parallèle à AO, M*l* parallèle à O1, *lm* parallèle à O2, *mn* à O3,

etc.; le polygone se trouve fermé en tirant S*k* parallèle à OB. Les deux lignes de fermeture M*k* et S*k*, sont les parallèles à AO et à BO.

La verticale du point *k*, détermine sur *cj*, le centre de gravité G de la pièce.

On voit que cette épure économise beaucoup de calculs, et que la justesse des résultats sera suffisante dans la pratique, si on choisit une échelle un peu grande.

CHAPITRE TROISIÈME

§ I

Conditions d'établissement des Ponts métalliques.

L'établissement des ponts métalliques supportant des voies de chemins de fer, ou le passage des routes, est soumis au contrôle de l'Administration des Ponts et Chaussées. Les projets doivent être établis d'après les conditions imposées par un règlement ministériel, que nous reproduisons ci-dessous. Avant de livrer ces ouvrages à la circulation, il convient, en outre, pour s'assurer de leur résistance, de leur faire subir des épreuves indiquées dans la circulaire qu'on va lire.

§ II

CIRCULAIRE MINISTÉRIELLE DU 29 AOUT 1891

RÈGLEMENT SUR LES PONTS MÉTALLIQUES

CHAPITRE PREMIER

PONTS SUPPORTANT DES VOIES DE FER

I. — *Voies de largeur normale.*

ARTICLE PREMIER

Conditions à remplir. — Les ponts à travées métalliques qui portent des voies de fer de largeur normale, devront

être en état de livrer passage aux trains autorisés à circuler sur le réseau auquel ils appartiennent et, en outre, au train-type défini à l'article 4 ci-dessous.

Article 2

Limites du travail du métal. — Les dimensions des différentes pièces des ponts seront calculées de telle sorte que, dans la position la plus défavorable des trains désignés à l'article premier et en tenant compte de la charge permanente ainsi que des efforts accessoires tels que ceux qui peuvent être produits par les variations de température, le travail [1] du métal par millimètre carré de section nette, c'est-à-dire déduction faite des trous de rivets ou de boulons, ne dépasse pas les limites indiquées ci-dessous.

I. Pour la fonte supportant un effort d'extension directe 1k50

Pour la fonte travaillant à l'extension dans des pièces soumises à des efforts tendant à les faire fléchir . . . 2k50

Pour la fonte supportant un effort de compression. 6k00

II. Pour le fer et l'acier travaillant à l'extension, à la compression ou à la flexion, les limites exprimées en kilogrammes par millimètre carré de section seront fixées aux valeurs suivantes :

Pour le fer 6k50

Pour l'acier 8k50

Toutefois ces limites seront abaissées respectivement :

A 5 kilogr. 50 pour le fer et à 7 kilogr. 50 pour l'acier dans les pièces de pont, longerons et entretoises sous rail ;

A 4 kilogrammes pour le fer et à 6 kilogrammes pour l'acier, pour les barres de treillis et autres pièces exposées à des efforts alternatifs d'extension et de compression ; ces dernières limites pourront néanmoins être rapprochées des précédentes pour les pièces qui seront soumises à de faibles variations de ces efforts.

(1) Le mot « travail » est entendu ici non dans son sens scientifique, mais dans le sens d'effort imposé au métal par unité de surface, qui lui est donné dans la pratique des constructions.

Dans l'établissement du projet des ouvrages métalliques d'une ouverture supérieure à 30 mètres, les ingénieurs pourront appliquer au calcul des fermes principales des limites supérieures à celles qui ont été fixées plus haut, sans jamais dépasser :

Pour le fer . . . . . $8^k,50$
Pour l'acier . . . . . $11^k,50$

Ils devront justifier, dans chaque cas particulier, les diverses limites dont ils auront cru devoir faire usage.

Lorsque des fers laminés dans un seul sens seront soumis à des efforts de traction perpendiculaire au sens du laminage, les coefficients seront réduits d'un tiers dans les calculs relatifs à ces efforts.

Les coefficients concernant l'acier ne subiront pas cette réduction.

On appliquera aux efforts de cisaillement et de glissement longitudinal les mêmes limites qu'aux efforts d'extension et de compression, mais en leur faisant subir une réduction d'un cinquième, étant entendu que les pièces auront les dimensions nécessaires pour résister au voilement ; pour le fer laminé dans un seul sens, on fera subir à ces coefficients une réduction d'un tiers, lorsque l'effort tendra à séparer les fibres métalliques.

Le nombre et les dimensions des rivets seront calculés de telle sorte que le travail de cisaillement du métal ne dépasse pas les quatre cinquièmes de la limite qui aura été admise pour la plus faible des pièces à assembler et que le travail d'arrachement des têtes, s'il s'en produit, ne dépasse pas 3 kilogrammes par millimètre carré en sus de l'effort résultant du serrage.

III. Les calculs justificatifs de la rivure seront toujours fournis à l'appui des projets en même temps que les calculs des dimensions des diverses pièces.

Il en sera de même des calculs des assemblages par boulons dans les ponts en fonte.

Article 3.

Qualités du fer et de l'acier auxquelles correspondent les limites de travail du métal fixées par l'article 2. — Les coefficients du travail du métal fixés ci-dessus pour le fer et l'acier correspondent aux qualités définies par les conditions suivantes :

DÉSIGNATION	ALLONGEMENT minimum de rupture par m/mq mesuré sur des éprouvettes de 200m/m de longueur	RÉSISTANCE minimum à la traction par m/m² mesurée sur des éprouvettes de 200m/m de longueur
Fer laminé. Fer profilé et plat (dans le sens du laminage).....	8 p. %	32kg
Fer laminé. Tôle dans le sens du laminage.....	8 p. %	32k
Fer laminé. Tôle dans le sens perpendiculaire au laminage.....	3.5 p. %	28k
Acier laminé	22 p. %	42k
Rivets en fer.....	16 p. %	36k
Rivets en acier.....	28 p. %	38k

Les cahiers des charges fixeront pour l'acier le minimum et le maximum entre lesquels devra être compris le rapport de la limite pratique d'élasticité à la résistance à la rupture. Le minimum ne devra pas être inférieur à un demi et le maximum ne devra pas dépasser deux tiers.

Des coefficients de travail plus élevés pourront être autorisés par l'Administration pour des métaux de qualités différentes, si des justifications suffisantes sont produites.

On ne tolérera dans aucun cas l'emploi d'aciers fragiles et on s'assurera fréquemment, pendant la construction, de la qualité du métal à ce point de vue, au moyen d'essais de trempe et d'expériences faites en pliant des barres percées de trous au poinçon. Les cahiers des charges devront renfermer des prescriptions détaillées à cet égard sans préjudice des autres conditions relatives aux qualités du métal.

Dans tous les cas, lorsqu'on emploiera l'acier, les trous

des rivets seront forés ou alésés après le perçage sur une épaisseur d'au moins un millimètre et les bords des pièces coupées à la cisaille seront affranchis sur la même épaisseur.

Article 4.

Composition du train-type. — Les auteurs des projets de travaux métalliques devront justifier par des calculs suffisamment détaillés qu'ils ont satisfait aux prescriptions des articles 1, 2 et 3 qui précèdent.

En ce qui concerne les fermes longitudinales, ils seront tenus d'examiner l'hypothèse du passage, sur chaque voie, du train-type défini ci-dessous.

Le train-type se composera de deux machines à quatre essieux, de leurs tenders et de wagons chargés. Les poids et dimensions des machines, tenders et wagons chargés sont donnés par le tableau et la figure ci-après :

DÉSIGNATION	MACHINE	TENDER	WAGON CHARGÉ
Nombre d'essieux	4	2	2
Charge par essieu	14 T	12 T	8 T
Distance du tampon d'avant au 1er essieu	2m,60	2m,00	1m,50
Ecartement des essieux entre eux	1,20	2,50	3,00
Distance du dernier essieu au tampon d'arrière	2,60	2,00	1,50
Poids total	56 T	24 T	16 T
Longueur totale	8m,80	6m,50	6m,00

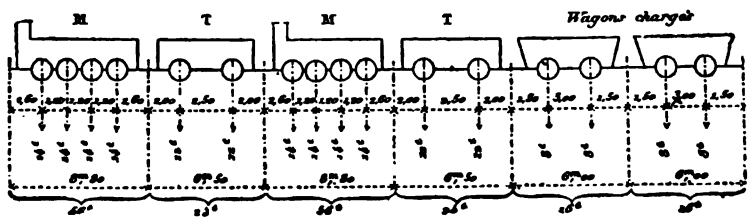


Fig. 30

Les machines, avec leurs tenders, seront placées toutes deux en tête du train.

L'ensemble du train sera supposé occuper successivement différentes positions le long de la portée, et ces positions seront choisies de manière à réaliser en chaque point les plus grands efforts tranchants et fléchissants que le passage du train-type puisse déterminer.

Les dimensions des pièces qui ne font pas partie des fermes longitudinales et notamment celles des pièces de pont seront calculées d'après les plus grands efforts qu'elles pourront avoir à supporter, soit dans l'hypothèse du passage du train-type, soit dans l'hypothèse du passage d'un essieu isolé pesant 20 tonnes, si cette dernière réalise les plus grands efforts.

Article 5.

Pression du vent. — Le travail du métal sous l'influence des plus grands vents ne devra pas dépasser de plus de un kilogramme les limites fixées à l'article 2 ci-dessus.

On admettra que la pression du vent par mètre carré de surface verticale peut s'élever à 270 kilogrammes, mais que le passage des trains est interrompu lorsqu'elle atteint 170 kilogrammes. On supposera, en outre, que cette pression s'exerce sur la surface nette, déduction faite des vides, de chacune des maîtresses-poutres, qu'elle agit intégralement sur l'une d'elles et que, sur la suivante, elle est diminuée d'une fraction de sa valeur égale au rapport de la surface nette de la première à la surface totale limitée par son contour ; enfin, que l'effet du vent, en arrière de ces deux poutres, est négligeable. Pour les piles métalliques, on supposera que la pression s'exerce intégralement sur la surface nette de toutes les pièces.

Dans l'hypothèse d'un train placé sur le pont, on comptera, pour sa surface verticale nette, un rectangle de trois mètres de hauteur ayant la même longueur que le pont et dont le côté inférieur sera placé à 50 centimètres au-dessus du rail ; on déduira de ce rectangle la surface nette de la partie de la première poutre placée en avant et on supposera que la pression du vent est nulle sur la partie de la seconde poutre masquée par le train.

Enfin, on s'assurera que les efforts de glissement transversal et de renversement des tabliers et des piles métalliques sous l'action du vent n'atteignent pas des limites dangereuses, en tenant compte des conditions spéciales dans lesquelles pourront être placés les ouvrages et en supposant que le train défini ci-dessus est composé de wagons vides.

ARTICLE 6.

Pièces travaillant à la compression. — On s'assurera, autant que possible, que les pièces travaillant à la compression, soit d'une manière continue, soit d'une manière intermittente, ne sont pas exposées à flamber.

ARTICLE 7.

Calcul des flèches. — On fournira, à l'appui des projets, le calcul des flèches sous l'action de la charge permanente et sous l'action de la surcharge.

ARTICLE 8.

Calcul des efforts pendant le lançage. — Lorsque la mise en place du tablier devra être faite au moyen d'un lançage, on devra justifier que le travail du métal pendant cette opération, n'atteindra dans aucune pièce une limite dangereuse.

ARTICLE 9.

Chaque travée métallique sera soumise à deux natures d'épreuves, l'une par poids mort, l'autre par poids roulant.

§ 1. — **Composition des trains d'épreuves.**

Épreuves. — Poids. — Ces épreuves seront faites au moyen de trains composés de deux machines attelées en tête et de wagons chargés.

Les poids des éléments de ces trains se rapprocheront autant que possible de ceux du train-type défini à l'article 4.

En tous cas ils devront être au moins égaux aux plus forts poids des éléments similaires appelés à circuler sur la voie considérée.

Longueurs. — Les longueurs de ces trains seront fixées comme suit :

Pour les ponts à travées indépendantes, la longueur mesurée entre les deux essieux extrêmes sera au moins égale à la plus grande portée.

Pour les ponts à travées solidaires, la longueur, mesurée comme ci-dessus, devra être suffisante pour couvrir les deux plus grandes travées consécutives.

§ 2. — **Ponts à une seule voie ou à voies indépendantes.**

Épreuve par poids mort. — Pour l'épreuve par poids mort : le train d'essai sera placé successivement dans les positions qui produiront les plus grands efforts sur les pièces principales du pont.

Il suffira toutefois, en général, d'opérer de la manière suivante :

a) Pour les ponts à travées indépendantes, le train d'essai sera amené successivement sur chaque travée de manière à la couvrir complètement, puis à en couvrir une moitié seulement, les machines étant placées en tête du train.

Il séjournera dans chacune de ces positions au moins pendant une demi-heure.

b) Pour les ponts à travées solidaires, chaque travée sera d'abord chargée isolément comme il vient d'être dit. A cet effet, le train d'essai sera coupé à la longueur voulue. Ensuite on chargera simultanément les deux travées contigües à chaque pile à l'exclusion de toutes les autres, au moyen du train d'essai tout entier.

c) Pour les ponts en arcs, on chargera d'abord toute la longueur de la portée, puis chaque moitié seulement et enfin la partie médiane en y plaçant les deux locomotives nez à nez lorsque faire se pourra et réduisant la composition du train à ces deux locomotives.

Épreuve par poids roulant. — Les épreuves par poids roulant seront au nombre de deux. Elles seront faites au moyen des mêmes trains qu'on fera circuler sur le pont, d'abord à la vitesse de 20 kilomètres à l'heure, puis à celle de 40 kilomètres à l'heure. Toutefois l'épreuve à la vitesse de 40 kilo-

mètres pourra être ajournée jusqu'à l'époque où la voie aux abords du pont sera suffisamment consolidée.

§ 3. — **Ponts à voies solidaires.**

Pour les ponts à voies solidaires entre elles, l'épreuve par poids mort se fera d'abord sur chaque voie séparément comme il a été dit au paragraphe précédent, l'autre voie restant libre, puis sur les deux voies simultanément. Il en sera de même pour l'épreuve par poids roulant. L'épreuve simultanée des deux voies se fera dans ce cas au moyen de deux trains marchant dans le même sens aux vitesses fixées ci-dessus.

§ 4. — **Ponts de types exceptionnels.**

Pour les ponts d'un type exceptionnel, les dispositions des épreuves devront être réglées dans un article du cahier des charges.

A défaut, elles seront arrêtées par l'Administration supérieure, sur la proposition des ingénieurs chargés du contrôle de la construction, le concessionnaire ou entrepreneur entendu.

§ 5. — **Mesure des flèches.**

Visite. — Repères. — On mesurera, au moment des épreuves, la flèche maximum au milieu de chaque travée, sous l'influence d'abord de la charge immobile, puis de la surcharge en mouvement.

Lorsque, sur une même ligne, il se trouvera plusieurs ponts, de construction identique, dont l'ouverture ne dépassera pas 10 mètres, la mesure des flèches pourra n'être faite que pour l'un d'entre eux.

Immédiatement après les épreuves de chaque pont, la partie métallique sera visitée dans tous ses détails.

En outre, pour les ponts d'une ouverture supérieure à 10 mètres, les niveaux des points les plus bas des sections des poutres ou des arcs, au milieu de chaque travée et à ses extrémités, seront repérés avant les épreuves à deux

points fixes choisis de manière à permettre de constater, après l'enlèvement de la surcharge, et ensuite à une époque quelconque, les déformations qui se seraient produites ; on repérera par rapport aux mêmes points le dessus de chacun des appuis. Le procès-verbal des épreuves contiendra les renseignements nécessaires pour permettre de retrouver ultérieurement ces repères.

Article 10

Dispositions à prendre pour faciliter la visite et l'entretien. — On s'attachera à rendre faciles la visite, la peinture et la réparation des parties métalliques, et on fera connaître dans les mémoires à l'appui des projets les mesures prises à cet effet.

Article 11

Distance au rail le plus voisin des pièces les plus rapprochées de la voie. — Les pièces les plus rapprochées de la voie ne pourront, à partir de cinquante centimètres jusqu'à quatre mètres cinq centimètres de hauteur au-dessus du rail le plus voisin, être placées à moins de un mètre cinquante centimètres de l'axe de ce rail. Les pièces placées à une distance moindre ne pourront, à la partie inférieure, jusqu'à quatre-vingts centimètres de l'axe du rail le plus voisin, faire saillie sur le niveau de ce rail, et à partir de quatre-vingts centimètres du même axe, dépasser une ligne brisée composée : 1° d'une verticale de vingt-cinq centimètres de hauteur ; 2° d'une horizontale de trois cent vingt-cinq millimètres de longueur ; 3° d'une ligne inclinée à trois de base pour deux de hauteur ; à la partie supérieure les mêmes pièces devront rester

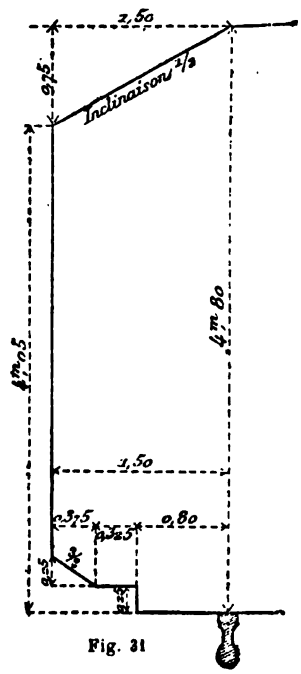


Fig. 31

au-dessus d'une ligne s'abaissant avec une inclinaison de deux de base pour un de hauteur à partir d'un point pris à l'aplomb de l'axe du rail le plus voisin et à quatre mètres quatre-vingts centimètres au-dessus de ce rail. Aucune pièce placée au-dessus des voies ou entrevoies ne pourra être à moins de quatre mètres quatre-vingts centimètres de hauteur au-dessus du niveau des rails.

Article 12.

Limite du poids des machines qui pourront circuler sur les ponts sans autorisation préalable. — La mise en circulation, sur les ponts, de machines dont le poids moyen par mètre courant dépasserait de plus de un dixième celui de la machine-type déterminée à l'article 4 ci-dessus, ou dont un des essieux aurait à supporter une charge supérieure à 18 tonnes, ne pourra avoir lieu qu'en vertu d'une autorisation spéciale du Ministre des travaux publics.

II. — *Voies étroites.*

Article 13.

Ponts pour les chemins de fer à voie de un mètre et au-dessus. — Les prescriptions relatives aux ponts pour chemins de fer à voie normale sont applicables aux chemins de fer à voie étroite, dont la largeur ne sera pas inférieure à un mètre, sauf les modifications indiquées ci-dessous.

Le poids par essieu des machines du train-type (art. 4) sera réduit à $10^t \times l$, l étant la largeur de la voie entre les bords intérieurs des rails. Les dimensions des machines et les poids et dimensions des wagons seront les mêmes que pour la voie normale et les tenders seront supposés avoir les mêmes poids et les mêmes dimensions que les wagons chargés.

Pour le calcul du travail du métal sous l'action d'un essieu isolé, on admettra une charge de $14^t \times l$.

La seconde épreuve par poids roulant (art. 9) sera faite à la vitesse de 35 kilomètres à l'heure.

Le contour à l'intérieur duquel aucune pièce des ponts ne

devra faire saillie (art. 11) sera déterminé, dans chaque cas, en tenant compte des minima de largeur et de hauteur autorisés, pour les ouvrages d'art, sur la ligne à laquelle appartiendra le pont à construire.

La charge d'essieu maximum, dont le passage ne pourra

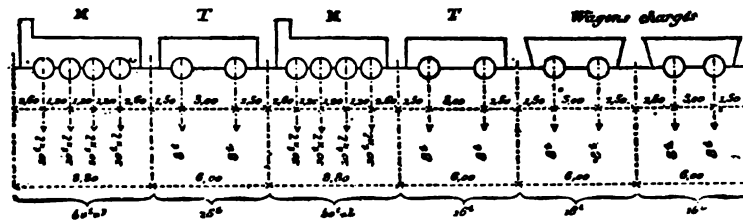


Fig. 32

avoir lieu sur les ponts sans autorisation spéciale (art. 12), sera fixée à $12^t \times l$, l étant la largeur de la voie entre les bords intérieurs des rails.

Les trains à employer aux épreuves seront composés avec le plus lourd matériel propre à la ligne sur laquelle est placé le pont métallique.

Article 14.

Ponts pour chemins de fer à voie de largeur inférieure à un mètre. — Les conditions auxquelles devront satisfaire les ponts supportant des voies de chemins de fer de moins de un mètre de largeur seront déterminées, dans chaque cas, sur la proposition du concessionnaire, par le Ministre des travaux publics, en tenant compte des poids et des dimensions des machines appelées à circuler sur l'ouvrage.

CHAPITRE II

PONTS SUPPORTANT DES VOIES DE TERRE

Article 15

Conditions à remplir. — Les ponts à travées métalliques qui portent des voies de terre devront être en état de livrer passage à toute voiture dont la circulation est autorisée par

le règlement du 10 août 1852 sur la police du roulage et des messageries, c'est-à-dire aux voitures attelées au maximum de cinq chevaux si elles sont à deux roues et de huit chevaux si elles sont à quatre roues.

Article 16

Limites de travail du métal. — Les dimensions des différentes pièces des ponts seront calculées dans les conditions fixées à l'article 2, sauf la substitution au train-type des surcharges définies par l'article 17 ci-dessous.

Article 17

Surcharges à adopter pour le calcul. — On s'assurera que le travail du métal par millimètre carré dans chaque pièce ne dépasse pas les limites fixées à l'article 2 ci-dessus :

1° Sous l'action d'une surcharge uniformément répartie de 400 kilogrammes par mètre carré sur toute la largeur de l'ouvrage, y compris les trottoirs ;

2° Sous le passage de tombereaux à un essieu, traînés par deux chevaux et formant autant de files continues que le comportera la largeur de la chaussée. On admettra, pour faire ce calcul, que les trottoirs sont surchargés uniformément à raison de 400 kilogrammes par mètre carré, et que les tombereaux et leurs attelages ont les poids et dimensions suivants :

Tombereaux.	Poids	6t
	Longueur (non compris les brancards)	3m00
	Largeur de voie	1 70
	Largeur de chaussée occupée	2 25
Chevaux.	Poids	700
	Longueur (y compris les traits et brancards)	2m50

On s'assurera que le travail du métal par millimètre carré, dans chaque pièce, ne dépasse pas de plus d'un kilogramme les limites fixées à l'article 2, dans le cas où on substituerait à l'un des tombereaux un véhicule pesant 11 tonnes, ayant les mêmes dimensions et traîné par cinq chevaux sur une

seule file, et, dans le cas où ces tombereaux seraient remplacés, sur toute la surface du tablier du pont, par des chariots

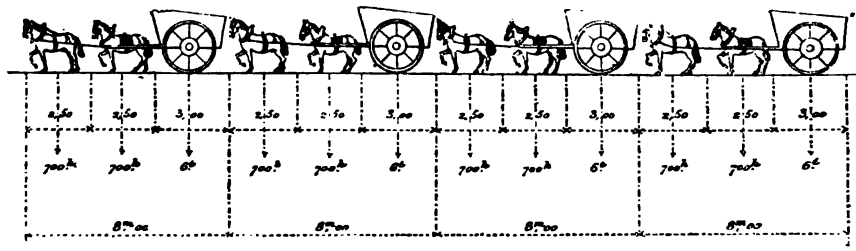


Fig. 33

à deux essieux traînés par huit chevaux sur deux files ayant les poids et dimensions suivants :

Chariots. . .	Poids sur chaque essieu	8t
	Longueur.	6m00
	Largeur de la voie.	1 70
	Écartement des essieux	3 00
	Distance du premier essieu à l'avant du chariot.	1 50
	Distance du second essieu à l'arrière du chariot.	1 50
	Largeur de chaussée occupée	2 25
Chevaux. . .	Poids.	700k
	Longueur (y compris les traits et brancards).	2m50

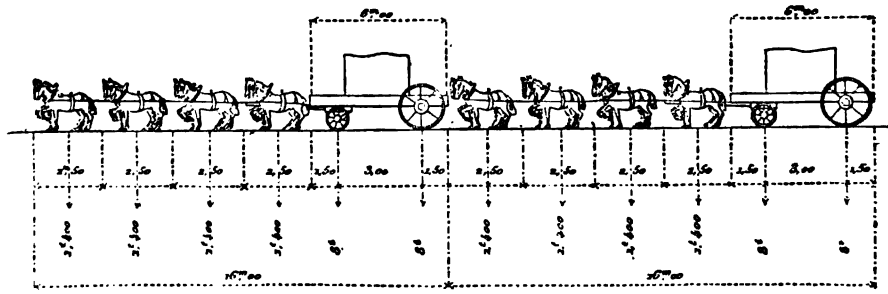


Fig. 34

Lorsqu'il s'agira d'ouvrages à établir sur des routes à fortes pentes, placées dans des conditions telles que la circulation

des charges indiquées ci-dessus ne puisse pas être considérée comme possible dans le présent ni dans l'avenir, l'Administration se réserve d'autoriser l'emploi, dans les calculs, de charges moindres qui seront déterminées d'après les circonstances locales. Dans aucun cas, la charge uniformément répartie ne pourra descendre au-dessous de 300 kilogrammes par mètre carré, et les autres charges indiquées ci-dessus ne pourront être réduites de plus de moitié.

Article 18

Pression du vent, pièces travaillant à la compression, calcul des flèches, calcul des efforts pendant le lançage, dispositions à prendre pour faciliter la visite et l'entretien, surveillance.— Les prescriptions des articles 5, 6, 7, 8 et 10 ci-dessus sont applicables aux ponts pour voie de terre. Toutefois, pour le calcul des efforts résultant de l'effet du vent (art. 5), il ne sera pas tenu compte de la présence possible de véhicules sur le pont.

Article 19

Épreuves. — Chaque travée métallique sera soumise à deux natures d'épreuves : l'une par poids mort, l'autre par poids roulant.

Composition des surcharges d'épreuve. — Pour l'épreuve par poids mort la surcharge d'épreuve sera de 400 kilogrammes par mètre carré de tablier, trottoirs compris.

Pour l'épreuve par poids roulant les véhicules seront disposés en files continues et devront se rapprocher, autant que possible, comme poids et écartement des essieux, de ceux désignés pour types dans le troisième alinéa de l'article 17. En tous cas, ces véhicules devront représenter, avec leurs attelages, une charge minima de 400 kilogrammes par mètre carré, en prenant 2 m. 25 pour largeur de la zone occupée.

Longueur des files de voitures. — Les longueurs des files de voitures seront fixées comme suit :

Pour les ponts à travées indépendantes et pour les ponts en arcs, la longueur sera au moins égale à la plus grande portée.

Pour les ponts à travées solidaires, la longueur devra être

suffisante pour couvrir les deux plus grandes travées consécutives.

Nombre des files de voitures. — Le nombre des files de voitures devra être égal au quotient de la largeur de la chaussée par le nombre 2 m. 25. Toutefois, ce nombre pourra être réduit quand il y aura difficulté de réunir assez de véhicules pour constituer toutes les files, mais il devra être suffisant pour couvrir au moins la moitié de la largeur du tablier ; le surplus de cette largeur sera alors occupé par une surcharge à poids mort de 400 kilogrammes par mètre carré, répartie de chaque côté des files.

Épreuves par poids mort. — Il sera procédé aux épreuves par poids mort de la manière suivante :

Pour les ponts à travées indépendantes, la surcharge sera étendue successivement d'une extrémité à l'autre, avec interruption d'une demi-heure au moment où la surcharge aura atteint la moitié de la portée. Lorsque la totalité de la travée aura été couverte, la surcharge devra demeurer en place pendant une demi-heure.

Pour les ponts à travées solidaires, chaque travée sera d'abord chargée isolément comme il vient d'être dit ci-dessus, puis on chargera simultanément les travées contiguës à chaque pile, à l'exclusion de toutes les autres.

Pour les ponts en arcs, chaque travée sera chargée sur la totalité de sa portée, ensuite sur chaque moitié et, enfin, dans la partie médiane seulement.

Épreuve par poids roulant. — On procédera aux épreuves par poids roulant en faisant circuler au pas les files de voitures d'une extrémité à l'autre du pont.

On fera passer, en outre, sur le pont un véhicule comprenant au moins un essieu chargé de 11 tonnes.

Tempéraments aux surcharges d'épreuves. — Lorsque, dans le cas prévu par le dernier alinéa de l'article 17, les surcharges ayant servi à faire les calculs auront été réduites, les surcharges à employer pour faire les épreuves seront réduites dans la même proportion.

Les règles fixées par l'article 9 pour les épreuves des ponts d'un type exceptionnel ainsi que pour les constatations à

faire, pendant et après les épreuves, et enfin pour les mesures à prendre en vue des vérifications ultérieures sont applicables aux ponts supportant des voies de terre.

Chargements exceptionnels. — Le passage, sur le tablier du pont, de chargements notablement supérieurs à ceux qui auront été adoptés dans les calculs relatifs à la stabilité de l'ouvrage ne pourra avoir lieu qu'en vertu d'une autorisation spéciale donnée par le Préfet conformément au rapport de l'ingénieur en chef.

CHAPITRE III

PONTS-CANAUX MÉTALLIQUES

Article 20

Conditions à remplir. — Les ponts-canaux devront être en état de recevoir la charge d'eau correspondant au mouillage normal, augmenté de trente centimètres.

Article 21

Limites du travail du métal. — Les dimensions des différentes pièces des ponts-canaux seront calculées de manière à ce que le travail du métal par millimètre carré de section nette, déduction faite des trous de rivets, ne dépasse nulle part $8^k,50$ pour le fer et $11^k,50$ pour l'acier.

Article 22

Pression du vent, pièces travaillant à la compression, calcul des efforts pendant le lançage, dispositions à prendre pour faciliter la visite et l'entretien, surveillance. — Les prescriptions des articles 5, 6, 8 et 10 sont applicables aux ponts-canaux. Pour l'application de l'article 5, on tiendra compte de la présence de la bâche ainsi que de celle des bateaux sur l'ouvrage ; le calcul sera fait en admettant une pression de 270 kilogrammes par mètre carré de surface verticale ; la surface des bateaux exposée au vent sera comptée pour un rectangle de $1^m,50$ de hauteur au-dessus de la bâche ayant la même longueur que le pont.

Article 23

Calcul des flèches. — On fournira, à l'appui des projets, le

calcul des flèches sous l'action du poids propre du pont et sous l'action de la surcharge d'eau prévue à l'article 20.

Article 24

Épreuves. — L'épreuve des ponts-canaux consistera dans la mesure des flèches avant et après le remplissage au maximum de hauteur fixé par l'article 20.

Immédiatement après les épreuves, l'ouvrage sera visité dans toutes ses parties ; en outre, on repérera à deux points fixes, avant l'épreuve, les niveaux des points les plus bas des sections des poutres et des axes au milieu de chaque travée et à ses extrémités, de manière à pouvoir, après la mise en charge et à une époque quelconque, mesurer les déformations qui se seraient produites ; on repérera, par rapport aux mêmes points, le dessus de chacun des appuis. Le procès-verbal des épreuves contiendra les renseignements nécessaires pour permettre ultérieurement de retrouver ces repères.

CHAPITRE IV

DISPOSITIONS DIVERSES

Article 25

Contrôle des épreuves. — Pour les ouvrages construits ou entretenus par des concessionnaires, les épreuves seront faites en présence d'un ingénieur chargé du contrôle ; les procès-verbaux détaillés, dont elles devront être l'objet, seront dressés dans la forme qui sera prescrite par l'Administration.

Article 26

Dérogation aux prescriptions du règlement. — L'Administration se réserve d'apprécier les cas exceptionnels qui pourraient motiver des dérogations quelconques aux prescriptions du présent règlement.

Paris, le 29 août 1891.

Le Ministre des Travaux publics,
Yves GUYOT.

§ III.

Remarques.

Le règlement ministériel est accompagné d'une lettre-circulaire portant la même date, adressée aux ingénieurs en chef des ponts et chaussées et aux préfets, dans laquelle le Ministre dit .

« L'administration entend laisser aux ingénieurs une « entière liberté en ce qui concerne le choix des méthodes « employées pour faire les calculs ; la seule obligation qu'elle « leur impose est de déterminer avec une exactitude suffi- « sante la limite des efforts supportés par chacune des « pièces qui composent l'ouvrage dans les conditions défi- « nies par l'article 4. Ainsi, on pourra, si on le juge utile, « faire usage pour le calcul des moments fléchissants, *ainsi* « *que pour celui des efforts tranchants, de surcharges vir-* « *tuelles uniformément réparties, sauf à justifier que ces* « *surcharges produisent des efforts supérieurs ou au moins* « *égaux à ceux qui seront déterminés en chaque point, par* « *le passage du train type.* »

Cette instruction supplémentaire est importante à connaître, afin qu'on puisse employer, si l'on veut, tantôt la statique graphique, tantôt les formules de résistance, ou toute autre méthode convenable, pour calculer les projets de ponts métalliques qui vont suivre.

CHAPITRE QUATRIÈME

PROJETS DE PONTS A UNE SEULE TRAVÉE

PONTS POUR VOIE CHARRETIÈRE

---

§ I.

Projet d'un pont en fer de faible ouverture (Pl. 3).

I. — *Description sommaire.*

Le pont dont on va exposer les calculs a $8^m,00$ d'ouverture entre parements de culées ; il est établi pour une route de $4^m,00$ de largeur totale, comprenant une chaussée de $2^m,50$ de largeur et deux trottoirs de $0^m,750$ chacun. L'ossature métallique comprend deux poutres longitudinales de $0^m,700$ de hauteur, entretoisées par des pièces de pont à l'écartement régulier de $1^m,40$. Ces pièces de pont sont reliées entre elles par des tôles cintrées en dessous, de $7^m/^m$ d'épaisseur , sur lesquelles repose la chaussée.

Le trottoir, de chaque côté, est porté par une tôle striée s'appuyant à la fois sur la table de la poutre et sur un fer en [monté à l'extrémité des consoles rivées sur la face extérieure de cette poutre. Ces consoles servent également à fixer les montants du garde-corps.

Sur la dernière pièce de pont de chaque extrémité est rivée une tôle striée de 420×5, reposant sur la murette de la

culée, pour empêcher l'empierrement de la chaussée de s'interposer entre cette murette et la pièce de pont. L'about des poutres est garanti de la même manière.

Pour parer aux efforts de dilatation et de contraction, les extrémités des poutres reposent sur les sommiers en pierre dure des culées par l'intermédiaire de sabots en fonte.

Ainsi qu'on le verra plus loin, les tôles cintrées supportant la chaussée ont $7^m/^m$ d'épaisseur et sont en acier, mais elles seront calculées, comme n'ayant que $6^m/^m$, afin de tenir compte de l'oxydation qui pourrait affaiblir le métal.

II. — *Calcul des poutres longitudinales.*

La portée des poutres se mesure de l'axe à l'axe des appuis ; elle est ici de $8^m,60 = l$.

La charge permanente uniformément répartie par mètre courant de tablier se compose : 1° du poids de la chaussée et des trottoirs; 2° du poids propre du métal des poutres principales, des entretoises et du garde-corps, etc.

Le poids du ballast et macadam se déduit d'un cubage auquel on applique une densité de 1 800.

Quant au poids du métal, on l'établit d'après les dimensions des pièces de l'avant-projet ou d'après le métré définitif de l'ouvrage. On le détermine aussi par comparaison avec d'autres ouvrages semblables et l'expérience fait le reste. Nous conseillons cependant, quand on n'aura pas de données comparatives, de fixer le poids approximatif du métal, d'après les indications du tableau de la page 120 et qui a pour titre : *Poids du métal à compter pour superstructures de ponts métalliques.*

La charge permanente se détermine donc comme suit, par mètre courant de tablier :

Chaussée et trottoirs.	$3,06 \times 0,27 \times 1800$ $0,94 \times 0,11 \times 1800$	. . .	$= 1673^k$
Métal.	Des poutres, entretoises, garde-corps $= 660^k$ Des tôles cintrées sous la chaussée $= 177$		$= 837$
		Charge totale. . .	$= 2510^k$

Soit, par mètre courant et pour une seule poutre,

$$\frac{2510}{2} = 1255^{kg} = p.$$

Pour se conformer aux prescriptions de l'article 17 de la circulaire ministérielle, il conviendra de faire quatre hypothèses pour le calcul de ces poutres :

Première hypothèse. — Surcharge uniformément répartie de 400^{kg} par mètre carré sur toute la longueur de l'ouvrage, y compris les trottoirs;

Deuxième hypothèse. — La surcharge roulante se compose d'un tombereau à un seul essieu, pesant 6000^{kg} et traîné par deux chevaux, tout en admettant que les trottoirs restent chargés uniformément à raison de 400^{kg} par mètre carré.

Dans ces deux hypothèses, la fatigue moléculaire du métal ne doit pas être supérieure à $6^{k},500$ (art. 2);

Troisième hypothèse. — Le tombereau de 6 tonnes sera remplacé par un tombereau de 11 tonnes à un seul essieu et traîné par 5 chevaux sur une seule file, les trottoirs restant chargés ;

Quatrième hypothèse. — Le tombereau de 6 tonnes sera remplacé par un chariot de 16 tonnes à deux essieux et traîné par 8 chevaux sur deux files.

Dans ces deux dernières hypothèses, le travail du métal ne doit pas dépasser $6^{k},5 + 1,0 = 7^{k},50$.

Première hypothèse. — Surcharge uniformément répartie de 400^{kg}.

Dans ce cas, le moment fléchissant maximum au milieu de la poutre est donné par la formule $\mathcal{M} = \frac{p'l^2}{8}$, qui s'applique d'abord au moment dû à la surcharge de 400^{kg}.

Or, la largeur du tablier, trottoir compris, étant de $4^{m},00$,

$$p' = 400 \times 4$$

et

$$\mathcal{M} = \frac{(400 \times 4)\overline{8,60}^2}{8} = 14\,792 \text{ kilogrammètres.}$$

Dans l'expression du moment dû à la charge permanente, on a $p = 1255$ kilog. trouvé ci-dessus; donc, ce moment

a pour valeur

$$\mathfrak{M}' = \frac{pl^2}{8} = \frac{1255 \times \overline{8,60}^2}{8} = 11602^{kgm}$$

et le moment total M est alors au milieu :

$$M = \mathfrak{M} + \mathfrak{M}' = 14792 + 11602 = 26394 \text{ kilogrammètres.}$$

Or, la section nette de la poutre, représentée par la fig. 35 ci-contre, donne :

$$\frac{I}{v} \frac{(0,280-0,040)\overline{0,70}^3 - 0,091 \times \overline{0,680}^3 - 0,118 \times \overline{0,658}^3 - 0,022 \times \overline{0,50}^3}{6 \times 0,700}$$

soit en effectuant

$$\frac{I}{v} = 0,004107$$

et comme

$$R = \frac{M}{\frac{I}{v}},$$

on a en remplaçant :

$$R = \frac{26394}{0,00417} = 6420000^{kg}.$$

C'est la fatigue moléculaire par mètre carré de section, parce que le moment d'inertie a été pris par rapport au mètre comme unité. Le travail par millim. carré est donc

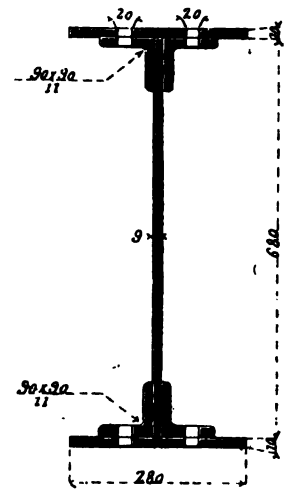


Fig. 35

$$\frac{6420000}{1000000} = 6^k,42.$$

On obtiendra directement le travail par millimètre carré en posant

$$R = \frac{M}{\frac{I}{v} \times 10^6} = \frac{26394}{0,004107 \times 1000000} = 6^{kg},42.$$

ou bien, en prenant $\frac{I}{v}$ par rapport au millim. carré, ce qui donnerait

$$\frac{I}{v} = 0,004107 \times 1000000 = 4107.$$

Deuxième hypothèse. — Passage d'un tombereau de 6000kg.

Dans ce cas, le moment fléchissant maximum se produit lorsque le tombereau est arrivé au milieu de la portée et que l'une des roues rase le trottoir, comme l'indique la figure 36 ci-contre.

Dans cette position, si un autre attelage de même type

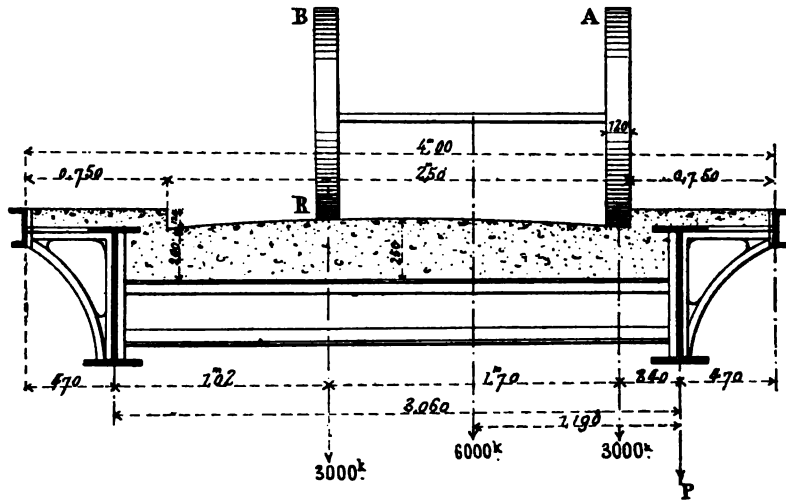


Fig. 36

suit le premier tombereau, on a la charge d'un cheval à 2m,75 en avant de l'essieu de 6 tonnes et un autre cheval pesant également 700kg à 2m,75 en arrière, comme l'indique la figure 37 ci-après.

A ce moment, la poutre contiguë à la roue la plus rapprochée du trottoir, supporte, en son milieu, une surcharge totale P provenant de l'action combinée des deux roues pesant chacune 3000kg. Cette charge a pour valeur :

$$3\,000 \times \frac{3{,}06 - 0{,}34}{3{,}06},$$

pour la roue A et

$$3\,000 \times \frac{1{,}02}{3{,}06},$$

pour la roue B, soit pour les deux ensemble

$$P = 3000\left(\frac{3,06 - 0,34 + 1,02}{3,06}\right) = 3666^{k},60.$$

La poutre supporte également, à $2^{m},75$ en avant et en arrière de son milieu, deux charges P', représentant le

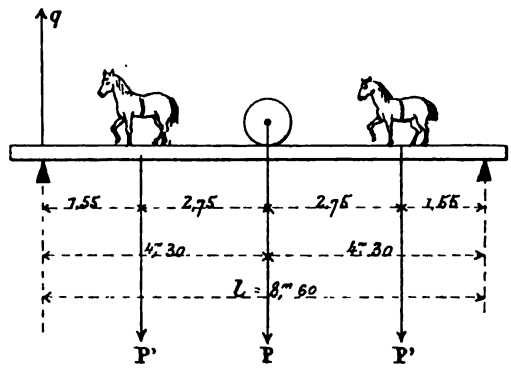


Fig. 37

poids d'un cheval placé sur l'axe de la file des tombereaux, mais cette charge est à une distance de $1^{m},19$ de la poutre considérée.

Cet effort

$$P' = 700\left(\frac{3,06 - 1,19}{3,06}\right) = 427^{k},70.$$

Le moment fléchissant maximum dû à la surcharge totale a donc pour valeur :

$$\mathcal{M} = q \times 4,30 - P' \times 2,75,$$

q étant la réaction sur l'appui et ayant pour valeur

$$\frac{3666,6}{2} + 427,7,$$

on a en remplaçant :

$$\mathcal{M} = \left(\frac{3666,6}{2} + 427,7\right) 4,30 - 427,7 \times 2,75 = 8546^{kgm}.$$

Quant au moment $\mathcal{M}'$ dû à la charge permanente uniformément répartie, il reste ce qu'il était dans l'hypothèse précédente, c'est-à-dire

$$\mathcal{M}' = 11\,602^{kgm}.$$

Mais, dans cette hypothèse, il y a lieu de tenir compte, en outre, de la surcharge des trottoirs, à raison de 400^{kg} par mètre carré, surcharge qui incombe tout entière à la maîtresse poutre, et qui ne doit pas intéresser le fer en [supportant le garde-corps.

Le moment au milieu de la poutre, résultant de la charge de ce trottoir, qui a $0^{m},750$ de largeur, a pour valeur :

$$\mathcal{M}' = \frac{pl^2}{8} = \frac{400 \times 0,75 \times \overline{8,60}^2}{8} = 2\,773^{kgm},5.$$

De sorte que le moment fléchissant total maximum au milieu de la poutre est :

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' + \mathcal{M}',$$

et en remplaçant :

$$M = 8\,546 + 11\,602 + 2\,773,5 = 22\,921^{kgm},5,$$

moment inférieur à celui qui a été trouvé dans la première hypothèse où l'on a seulement

$$R = 6^{k},42.$$

Troisième hypothèse. — Le tombereau de 6 *tonnes est remplacé par un tombereau de* 11 *tonnes à un seul essieu.*

Dans ce cas, la disposition des charges reste distribuée comme dans les figures 36 et 37 ci-devant, mais chaque roue pesant $5\,500^{kg}$, on a

$$P = 5\,500\left(\frac{3,06 - 0,34 + 1,02}{3,06}\right) = 6\,740^{kg},$$

et

$$P' = 700\left(\frac{3,06 - 1,19}{3,06}\right) = 427^{kg},7,$$

et le moment maximum au milieu de la portée, dû à ces surcharges devient :

$$\mathcal{M} = \left(\frac{6\,740}{2} + 427,7\right) 4,30 - 427,7 \times 2,75 = 15\,154^{kgm}.$$

Les moments $\mathcal{M}'$ et $\mathcal{M}''$, dus à la charge permanente et à la surcharge des trottoirs, restent les mêmes que précédemment, de sorte que le moment fléchissant total maximum au milieu a pour valeur

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' + \mathcal{M}'' = 15\,154 + 11\,602 + 2\,773,5 = 29\,529^{kgm},5,$$

d'où

$$R = \frac{29529,5}{0,004107 \times 10^6} = 7^{kg},19,$$

ce qui n'a rien d'exagéré, puisque dans cette hypothèse, le travail moléculaire peut atteindre $7^k,50$ par millimètre carré.

Quatrième hypothèse. — Passage des chariots de 16 *tonnes.*

Dans ce cas, le chariot a ses deux roues de 4000^k chacune en *a* et *b*, et les premiers chevaux de trait sur deux

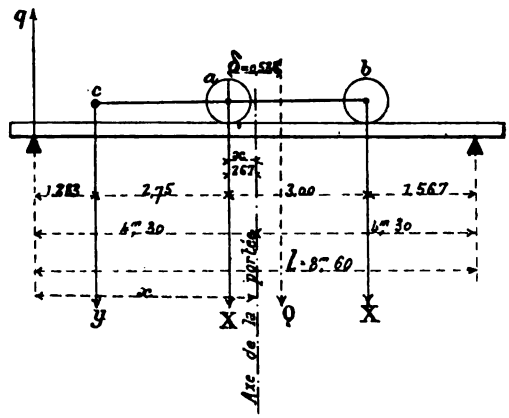


Fig. 38

rangs, au point *c* pèsent ensemble 1400^k. La plus grande fatigue pour la poutre longitudinale se présentera encore lorsque les deux roues d'un même côté du véhicule, raseront le trottoir, comme l'indiquent les figures 36 et 37 ; les deux charges égales X, des points *a* et *b*, sont données par l'expression :

$$X = 4000\left(\frac{2,72 + 1,2}{3,06}\right) = 4888^{kg},8,$$

et la charge des deux chevaux en *c* est :

$$Y = 1400\left(\frac{3,06 - 1,19}{3,06}\right) = 855^{kg},5.$$

D'après ce qui a été dit à la page 54, on sait que le moment fléchissant maximum se produira sous l'une des deux roues, et lorsque cette roue et la verticale passant par

la résultante Q des poids X, X et Y seront à égale distance du milieu de la portée.

Or, la position de la résultante est facile à déterminer, soit numériquement, soit par la statique graphique (voir § II, chapitre II). On a donc

$$x = \frac{\delta}{2} = \frac{0,534}{2} = 0^{m},267.$$

Le moment fléchissant maximum est sous la roue a déterminée de position, et il a pour valeur

$$\mathfrak{M} = q(4,30 - 0,267) - Y \times 2,75,$$

la réaction sur l'appui de gauche est

$$q = \frac{[1,567 + (1,567 + 3,00)]4888,8 + (8,60 - 1,283)855,5}{8,60} = 4219^{kg},$$

en remplaçant ci-dessus on trouve

$$\mathfrak{M} = 4219 \times 4,033 - 855,5 \times 2,75 = 14662,6.$$

Les moments M′ et M″ dus à la charge permanente et à la surcharge des trottoirs restent les mêmes, de sorte que le moment fléchissant maximum au milieu a pour valeur :

$$M = \mathfrak{M} + \mathfrak{M}' + \mathfrak{M}'' = 14662,6 + 11602 + 2773,5 = 28038^{kgm},1.$$

Ce moment étant inférieur à $29529^{km},5$ trouvé ci-dessus, le métal travaille à moins de $7^{k},19$.

III. — *Pièces de pont.* — Écartement des pièces de pont $= 1^{m},40$.

Portée admise dans les calculs $l = 2^{m},60$.

Charge permanente par mètre courant :

Ballast.	$1,40 \times 0,27 \times 1800 = 680^{kg}$.
Tôles cintrées et poids propre de la poutre . .	$= 150$
Total.	$p = 830^{kg}$.

Dans le calcul des pièces de pont, les charges à considérer, sont :

1° La charge uniformément répartie de 400^{kg}.

2° Le passage d'un tombereau de 6 tonnes.

3° Le passage d'un tombereau de 11 tonnes.

Dans les deux premiers cas, le travail moléculaire ne doit pas excéder $5^k,50$, et dans le second, $6^k,50$.

Or, le moment fléchissant maximum au milieu de la poutre et dû à la surcharge de 400^{kg} par mètre carré, est égal à

$$\mathcal{M} = \frac{p'l^2}{8} = \frac{400 \times 1,40 \times \overline{2,60}^2}{8} = 473^{km},$$

le moment dû à la charge permanente est :

$$\mathcal{M}' = \frac{pl^2}{8} = \frac{830 \times \overline{2,60}^2}{8} = 701,$$

et le moment total au milieu, dû à la charge permanente et à la surcharge uniformément répartie de 400^{kg} est

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' = 473 + 701 = 1174^{kgm}.$$

La section ci-contre de la pièce de pont donne :

$$I = \frac{(0,250 - 0,036)\overline{0,159}^3 - 0,133 \times \overline{0,152}^3 - (0,096 - 0,036)\overline{0,145}^3}{3}$$

$$\frac{-0,014 \times \overline{0,097}^3 + 0,147 \times \overline{0,198}^3 - 0,126 \times \overline{0,091}^3 - 0,014 \times \overline{0,128}^3}{3}$$

$$= 0,00014373.$$

$$\frac{I}{v} = \frac{0,00014373}{0,198} = 0,000731,$$

d'où $$R = \frac{1174}{0,000731 \times 10^6} = 1^k,66.$$

Dans la deuxième hypothèse, le moment fléchissant maximum dû au passage d'un tombereau de 6 tonnes, se produit lorsque les deux roues de ce tombereau sont au droit de la pièce de pont et que le véhicule se trouve dans la position indiquée par la figure 36, par rapport aux appuis de la pièce. Cette position est d'ailleurs indiquée schématiquement par la figure 40 ci-après, et c'est sous la roue R que la fatigue moléculaire est la plus grande.

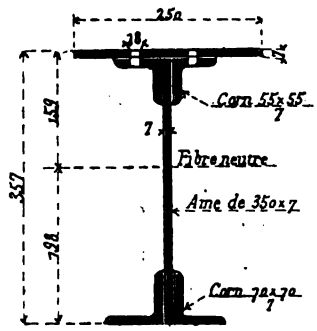


Fig. 39

Le moment sous cette roue, peut s'obtenir par l'application de la formule

$$M = \frac{Px + Px'}{l}(l - x').$$

Remplaçant :

$$\mathcal{M} = \frac{3\,000(0{,}11 + 1{,}81)}{2{,}60}(2{,}60 - 1{,}81) = 1\,750,$$

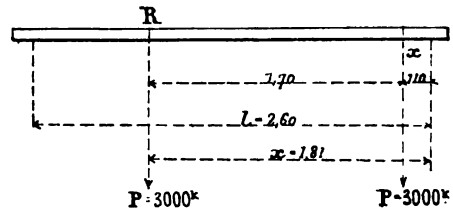


Fig. 40

et le moment dû à la charge permanente en ce point est

$$\mathcal{M}' = \frac{pl}{2}(l - x') - \frac{p}{2}(l - x') = \frac{pl - p}{2}(l - x').$$

Soit, en remplaçant :

$$\mathcal{M}' = \frac{830 \times 2{,}60 - 830}{2}(2{,}60 - 1{,}81) = 525,$$

d'où $M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' = 1\,750 + 525 = 2\,275^{kgm}$,

d'où $R = \dfrac{2\,275}{0{,}000731 \times 10^6} = 3^k{,}11.$

Dans la troisième hypothèse, lorsque le tombereau de 6 tonnes est remplacé par un tombereau de 11 tonnes et se présentant dans les mêmes conditions ; le moment sous la roue R, la plus rapprochée du milieu de la portée, sera, par analogie :

$$\mathcal{M} = \frac{5\,500(0{,}11 + 1{,}81)}{2{,}60}(2{,}60 - 1{,}81) = 3\,192^{kgm},$$

et le moment total

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' = 3\,192 + 525 = 3\,717^{kgm},$$

d'où

$$R = \frac{3\,717}{731} = 5^k{,}08.$$

IV. — *Tôles cintrées en acier supportant la chaussée.*

Portée admise $l = 1^m,23$.

Flèche au milieu $0^m,065 = f$.

Épaisseur $6^m/^m$.

Appelons T la tension horizontale sur le rebord de la tôle (fig. 41), T_1 la tension oblique, et soit $540^{kg} = p$ la

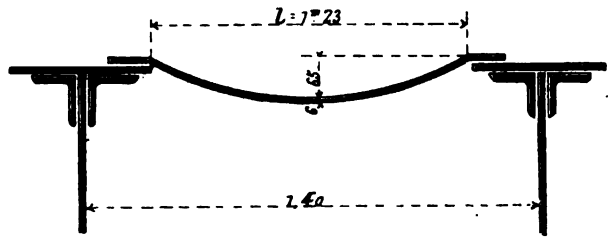
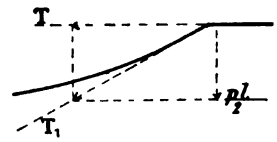


Fig. 41



charge uniformément répartie sur la tôle par mètre courant et résultant du ballast et de son poids propre. (*Les tensions* T *et* T_1 *se rapportent au mètre courant*), on a

$$T = \frac{pl^2}{8f} = \frac{540 \times \overline{1,23}^2}{8 \times 0,065} = 1571^{kg}$$

et la tension oblique T_1 qui en résulte est donnée par la formule :

$$T_1 = \sqrt{T^2 + \left(\frac{pl}{2}\right)^2} = \sqrt{\overline{1571}^2 + \left(\frac{540 \times 1,23}{2}\right)^2} = 1605^k.$$

C'est la tension agissant sur la tôle, sous l'action de la charge permanente, répartie sur un mètre de largeur, c'est-à-dire sur une section de $1000 \times 6 = 6000^{mm^2}$.

Voici maintenant les efforts produits par le passage de la surcharge d'une roue d'un chariot à un essieu de 11 tonnes. Cette roue est la plus lourde qui puisse circuler sur le tablier.

Elle développe, sous son passage, un effort vertical P, de 5500^{kg}, qui détermine, sur les deux appuis de la tôle, une charge :

$$N = \frac{5500}{2} = 2750^{kg}$$

et une traction

$$T' = \frac{P \times l}{8f} = \frac{5500 \times 1,23}{8 \times 0,065} = 13010^{kg},$$

alors

$$T'_1 = \sqrt{T'^2 + N^2} = \sqrt{13010^2 + 2750^2} = 13297^{kg}.$$

En supposant que l'action de cette roue se répartît sur une

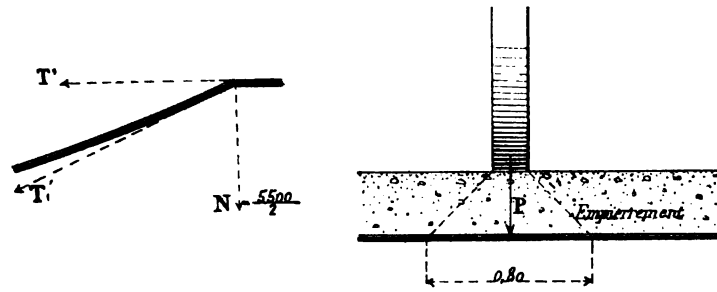


Fig. 42

largeur de tôle de $0^m,800$, dont la section est $800 \times 6 = 4800$ millim. carrés :

Le travail total de cette tôle par millim. carré est

$$R = \frac{1605}{6000} + \frac{13297}{4800} = 3^{kg},13.$$

Travail de la clouure d'attache. — La tension totale développée sur $1^m,00$ de largeur de tôle est, d'après les données ci-dessus :

$$1605 + 13297 = 14902^{kg}.$$

Les rivets d'attache qui fixent ces tôles sur les semelles des entretoises, sont de $18^{m}/^{m}$ de diamètre, en acier, et à un écartement tel, qu'il y en a 13 par mètre courant. Soit une section totale de clouure de

$$\Omega = 254 \times 13 = 3302^{mm^2};$$

Le travail du rivet est

$$R = \frac{14\,902}{3\,302} = 4^{kg},51.$$

Ce travail n'a rien d'exagéré pour l'acier, puisque le coefficient admissible serait

$$7^{kg},5 \times \frac{4}{5} = 6^{kg}.$$

Ces tôles cintrées s'emploient couramment aujourd'hui dans les ponts-routes.

V. — *Calcul de la rivure des poutres longitudinales.*

Pour calculer le travail des rivets, qui relient les semelles sur les cornières des poutres ou bien le travail des rivets

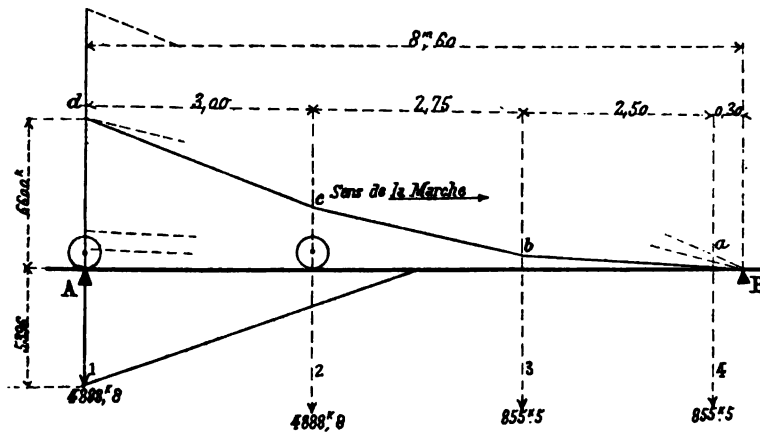


Fig. 43

qui fixent les deux cornières des tables sur l'âme, il faut connaître l'effort tranchant maximum développé dans cette poutre.

Cet effort tranchant maximum s'obtiendra par l'application du procédé graphique développé à la page 48 et suivantes et indiqué par la figure 43 ci-contre, dans l'hypothèse 4, du passage d'un chariot de 16 tonnes, à deux essieux et attelé de 8 chevaux.

On a vu que cet effort se développe sur l'appui A, lorsque

la dernière roue du véhicule, marchant de gauche à droite, arrive sur cet appui et que les chevaux sont aux points *b* et *a*. A ce moment, les forces 1, 2, 3 et 4, déterminent le polygone B*abcd* et l'effort tranchant est donné par l'ordonnée A*d* = 6 600^{kg}.

Mais la charge permanente de $p = 1\,255^{kg}$ par mètre courant sur la poutre, donne encore un effort tranchant

$$\frac{pl}{2} = \frac{1\,255 \times 8{,}60}{2} = 5\,396^{k},5,$$

qui s'ajoute au premier. L'effort tranchant total maximum maximorum sur l'appui est donc

$$F = 6\,600 + 5\,396{,}5 = 11\,396^{k},5.$$

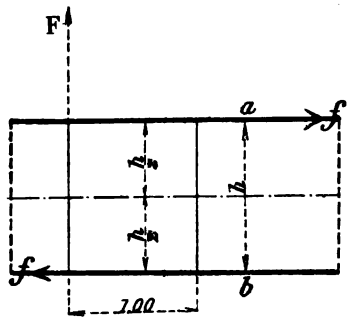


Fig. 44

Si *h* est la hauteur de la poutre considérée entre les talons des cornières longitudinales, l'effort tranchant F en un point quelconque de la poutre produit, à l'unité de distance, un moment $F \times 1$, qui détermine en *ab* (fig. 44), aux talons des cornières, un couple de forces *f*, qui tendent à faire glisser les cornières le long des semelles, donc on a

$$F \times 1 = 2\left(f \times \frac{h}{2}\right) \quad \text{ou} \quad F = fh \quad \text{d'où} \quad f = \frac{F}{h}.$$

La résistance de la rivure doit faire équilibre à cette force de glissement. Or, la valeur maximum de *f* dépendant du maximum de F, se réalise sur l'appui, où il a pour valeur :

$$f = \frac{11\,396{,}5}{0{,}680} = 16\,759^{kg}.$$

Sur un mètre de longueur, la semelle est reliée aux cornières par une double rangée de 10 rivets de 20^{mm} de diamètre, qui travaillent au simple cisaillement et qui donnent une section totale

$$\Omega = 314 \times 10 \times 2 = 6\,280^{mm^2}.$$

Le travail du métal des rivets en fer sera

$$R = \frac{16\,759}{6\,280} = 2^k,67.$$

La hauteur de la poutre entre les lignes des rivets qui fixent les cornières sur les âmes n'étant que de $0^m,580$, ces rivets subissent un effort de cisaillement un peu plus grand que les précédents mais ils travaillent au double cisaillement et la fatigue moléculaire de ces rivets peut s'exprimer par la formule suivante :

$$R' = \frac{F}{2n\omega h'},$$

dans laquelle F représente l'effort tranchant maximum au point considéré et donné en kilog;

n = nombre de rivets dans un intervalle de 1 mètre;

ω = section d'un rivet en millim. carrés;

h' écartement vertical entre les lignes de rivets donné en mètres;

en remplaçant on a :

$$R' = \frac{11\,396,5}{2 \times 10 \times 314 \times 0,58} = 3^k,16.$$

VI. — *Calcul de la flèche au milieu de la portée.* — 1° *Sous l'action de la charge permanente de* $1\,255^{kg}$ *par mètre courant.*

Cette flèche est donnée par la formule :

$$f = \frac{5pl^4}{384EI}.$$

Posons

$$E = 18 \times \overline{10}^9 = 18\,000\,000\,000.$$

Or, on a

$$I = 0,004107 \times \frac{0,70}{2}\ 0,00143745,$$

d'où

$$f = \frac{5 \times 1\,255 \times \overline{8,60}^4}{384 \times 18 \times 10^9 \times 0,00143745} = 0^m,0034.$$

2° *Sous l'action du passage d'un tombereau de* 11 *tonnes à un seul essieu.*

On a vu ci-dessus, que sous l'action de cette surcharge, les moments fléchissants $\mathcal{M}$ et $\mathcal{M}''$ dus au passage du tombereau de 11 tonnes et à la surcharge de 400^{kg} sur les trottoirs, donnaient un total

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}'' = 15154 + 2773,5 = 17927^{kgm},5.$$

Pour simplifier les calculs, on peut admettre pratiquement que la flexion de la poutre due à une charge virtuelle uniformément répartie φ, qui donnerait le même moment fléchissant 17927,5, produirait sensiblement la même flèche au milieu de la poutre. Or, cette charge virtuelle φ s'obtient par les formules

$$\frac{\varphi l^2}{8} = 17927,5 \qquad \text{d'où} \qquad \varphi = \frac{8 \times 17927,5}{\overline{8,60}^2} = 1940^k,$$

et alors la flèche f' due à cette nouvelle charge est égale à

$$f' = \frac{5\varphi l^4}{384EI},$$

remplaçant

$$f' = \frac{5 \times 1940 \times \overline{8,60}^4}{384 \times 18 \times 10^9 \times 0,00143745} = 0,0053,$$

donc, la flèche totale, qui pourra se manifester dans l'hypothèse 3 sera :

$$F = f + f' = 0,0034 + 0,0053 = 0^m,0087.$$

VII. — *Tôles cintrées supportant la chaussée des ponts-routes.*

Les tôles cintrées en dessous que l'on emploie pour supporter la chaussée, ont $1^m,00$ de largeur dans le sens du laminage ; elles sont jonctionnées bout à bout, par des fers à ⊥ de $120 \times 80 \times 8$, cintrés eux-mêmes, qui remplissent la double fonction de couvre-joints et de nervures de renfort.

Pour que ces tôles soient fixées d'une façon convenable sur les pièces de pont, il faut, ainsi qu'on l'a vu ci-devant, que la table supérieure de ces pièces de pont, soit constituée par une tôle rivée sur les cornières. Si on rivait directement les tôles cintrées sur les ailes horizontales des cornières, on pourrait craindre que la tension exercée par les charges rou-

lantes sur leurs rebords, tendît à arracher les cornières de l'âme des pièces de pont.

Les portées habituelles des tôles cintrées en acier, varient

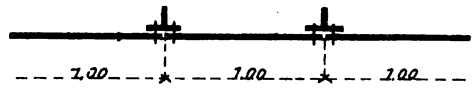


Fig. 45

de $1^m,00$ à $1^m,50$; leur épaisseur de 5 à $7^m/^m$ et la flèche est le 1/20 environ de la portée, soit $0^m,05$ pour $1^m,00$ et $0^m,075$ pour $1^m,50$.

L'emploi des tôles cintrées date de 8 à 10 ans ; et semble préférable à l'emploi des tôles embouties, parce qu'elles ne peuvent subir aucune déformation sous l'action des charges roulantes et que le métal travaille à la traction, ce qui est rationnel.

Les tôles embouties en fer ont cependant fait leurs preuves jusqu'à ce jour et donné satisfaction pour la résistance à la déformation. Pour s'en convaincre on n'a qu'à lire le compte-rendu ci-après, des expériences qui ont été faites à ce sujet au Creusot.

VIII. — *Résistance des tôles embouties avec courbure en haut pour chaussées.*

Le 3 juillet 1868, une expérience dans les conditions suivantes a été faite par l'usine du Creusot sur une tôle de $1^m,750$ de long., $1^m,480$ de larg. et $8^m/^m$ d'épaisseur :

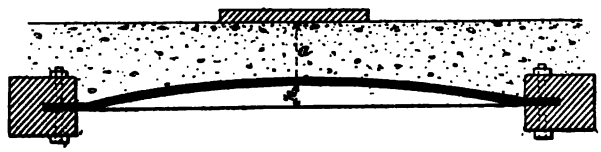


Fig. 46

La tôle était encastrée par ses quatre côtés dans un cadre en fonte, cet encastrement était obtenu au moyen d'une rainure pratiquée dans le cadre, et de boulons. On avait placé sur la tôle une couche de sable dont l'épaisseur *a* était

de $0^m,150$; sur cette couche était placé un plateau carré en bois de $0^m,50$ de côté, sur lequel on posait des poids. Quand ces poids ont atteint $6\,000^{kg}$, une flèche de 4 millimètres s'est manifestée au centre de la feuille après un temps assez long, et n'a plus augmenté. Il n'y a pas eu de flèche permanente lorsque le poids de $6\,000^{kg}$ a été retiré, et la tôle a repris sa forme primitive.

L'emploi des tôles cintrées en dessous ou des tôles embouties avec courbure en dessus pour porter la chaussée est plus économique que les voûtes en briques, parce qu'il réduit sensiblement la somme des épaisseurs de voûtes et de chaussée superposées, de là une diminution dans le poids de la charge permanente, diminution qui se traduit par une économie de métal.

On trouve, à la Planche IV, un dessin de pont métallique biais à 35°, avec emploi de tôles embouties sous la chaussée.

§ II.

Projet de Tablier métallique en fer de $16^m,00$ d'ouverture, pour pont-route de $5^m,00$ de largeur.

(Pl. V et VI.)

I. — *Description sommaire et Note de calculs.*

Le deuxième pont pour route dont on va développer les calculs de résistance, a une ouverture de $16^m,00$ entre les parements des deux culées, normales à l'axe de la route. La largeur totale de la voie est de $5^m,00$, comprenant une chaussée de $3^m,50$ et deux trottoirs de $0^m,75$ de largeur chacun.

L'ossature métallique du tablier est toute en fer et se compose principalement de deux poutres principales de $17^m,214$ de longueur, sur $1^m,778$ de hauteur, à l'écartement de $5^m,36$ d'axe à axe.

Ces deux poutres, sont à treillis avec montants et croix de Saint-André ; elles sont entretoisées par 11 pièces de pont, à l'écartement régulier de $1^m,60$.

La chaussée est supportée par des voûtes de $0^m,11$ d'épaisseur en brique rouge et les trottoirs, par des voûtes de $0^m,055$ d'épaisseur, également en brique.

Pour faciliter le jeu de dilatation, les extrémités des poutres reposent sur les sommiers des culées, par l'intermédiaire de sabots en fonte, et l'appui fixe est rendu solidaire de la poutre par un talon en fer plat, qui s'encastre dans l'épaisseur de cet appui.

II. — *Calcul des Poutres maîtresses.* — La portée des poutres, admise dans les calculs est de $16^m,60 = l$.

La charge permanente a été évaluée comme suit, par mètre courant du tablier :

Métal.	$= 1000^{kg}$
Voûtes, chaussée et trottoirs.	$= 3500$
TOTAL	$= 4500^{kg}$

La charge permanente par mètre courant de poutre sera donc :

$$\frac{4500}{2} = 2250^{kg} = p.$$

Les calculs, faits d'après les prescriptions de l'article 17 du Règlement Ministériel, ont donné lieu aux hypothèses suivantes :

Première Hypothèse. — Passage d'une file de deux tombereaux à un essieu de 6 tonnes chacun, traînés chacun par deux chevaux. On admettra en outre, que chaque trottoir est chargé uniformément à raison de 400^{kg} par mètre carré ;

Deuxième Hypothèse. — Surcharge uniformément répartie de 400^{kg} par mètre carré, sur toute la largeur de l'ouvrage, y compris les trottoirs ;

Troisième Hypothèse. — Passage d'un chariot à deux essieux de 16 tonnes et traîné par 8 chevaux ; en remplacement des tombereaux de 6 tonnes ;

Quatrième Hypothèse. — Passage d'un chariot de 11 tonnes, traîné par 5 chevaux et remplaçant une file de tombereaux de 6 tonnes.

Première Hypothèse.

La surcharge roulante est composée de deux tombereaux de 6 tonnes traînés par deux chevaux et disposés comme l'indique le croquis ci-contre (fig. 47).

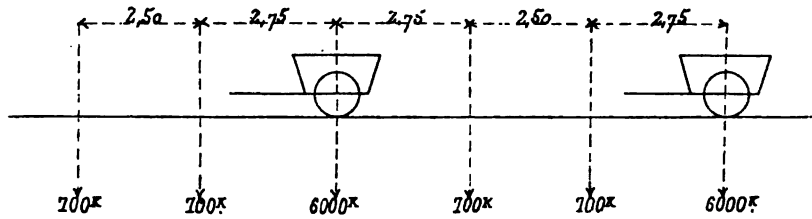


Fig. 47

On constate tout d'abord, que la largeur de la chaussée, qui est de 3m,50, ne permet pas la circulation simultanée de deux files de tombereaux sur l'ouvrage et que la position la plus défavorable de cette file unique, par rapport à la charge d'une poutre, est celle où ces véhicules sont le plus rapprochés de cette poutre. Cette position correspond donc à celle

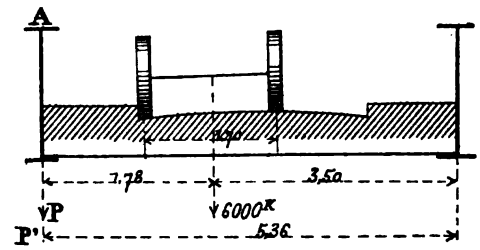


Fig. 48

où les tombereaux rasent la bordure du trottoir, du côté de la poutre considérée, comme le représente le croquis ci-contre (fig. 48).

La charge de chaque essieu de 6 tonnes, qui se reportera sur la poutre considérée A, sera donc

$$P = 6000 \frac{3,58}{5,36} = 4007^{kg}.$$

Celle d'un cheval sera

$$P' = 700 \times \frac{3,58}{5,36} = 467^{kg}.$$

Les moments fléchissants et les efforts tranchants dus à cette surcharge roulante ont été déterminés d'après la méthode de statique graphique développée aux pages 44 à 56. On a considéré quatre positions de la surcharge roulante et les figures 1 et 2 de la planche VI, indiquent un moment fléchissant maximum $\mathcal{M} = 22\,750^{km}$.

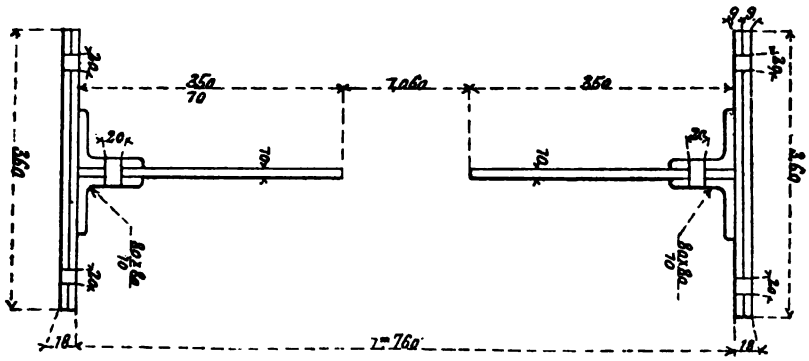


Fig. 49

La largeur des trottoirs étant de $0^m,75$, la surcharge de 400^{kg}, par mètre carré de trottoir, qui se reporte sur chaque poutre est

$$p' = 0,75 \times 400 = 300^{kg} \text{ par mètre courant.}$$

Le moment fléchissant que cette surcharge développe dans la poutre est maximum au milieu de la portée où elle a pour valeur

$$\mathcal{M}' = \frac{p'l^2}{8} = \frac{300 \times \overline{16,60}^2}{8} = 10333^{km}.$$

Le moment fléchissant maximum, au milieu de la portée de la poutre, dû à la charge permanente est

$$\mathcal{M}'' = \frac{pl^2}{8} = \frac{2250^k \times \overline{16,60}^2}{8} = 77500^{km}.$$

Le moment fléchissant maximum total est donc

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' + \mathcal{M}'' = 22750 + 10333 + 77500 = 110583^{km}.$$

Or, la poutre en son milieu présente la section figurée par le croquis ci-contre qui, en déduisant les trous de rivets, donne

$$\frac{I}{v} = \frac{(0,360 - 0,040)\overline{1,796}^3 - (0^m,360 - 0.040 - 0,170)\overline{1,760}^3}{6 \times 1,796}$$

$$- \frac{0,140 \times \overline{1,74}^3 - 0,030(\overline{1,690}^3 - \overline{1,650}^3) - 0,02 \times \overline{1,60}^3}{6 \times 1,796}$$

$$- \frac{0,010 \times \overline{1,060}^3}{6 \times 1,796} = 0,0175612.$$

Le travail du métal, au milieu de la poutre, sera donc, par millimètre carré

$$R = \frac{110583}{0,0175610 \times 10^6} = 6^{kg},30.$$

III. — *Calcul des treillis.* — La courbe figurative des efforts tranchants (fig. 8, Pl. 6) a été construite d'après la méthode développée au paragraphe 4, chapitre II.

L'effort tranchant maximum dû à la charge roulante s'avançant progressivement sur le tablier est égal à 7000^{kg}, et déterminé par l'ordonnée *bd* de la courbe *ab*. Comme vérification, cet effort est encore donné par le segment *pq* du polygone des forces (fig. 2) qui représente bien la réaction sur l'appui de droite, pour la première position de la surcharge roulante, lorsque la roue du tombereau passe sur cet appui, en *t* (fig. 1).

L'effort tranchant, *dc*, provenant de la charge permanente $p = 2250^{kg}$ et de la surcharge des trottoirs est

$$\frac{(2250 + 300)16,6}{2} = 21\,165^{kg};$$

elle est représentée par l'oblique *fc* (fig. 8). De sorte que les efforts maximums se trouvent ainsi totalisés sur cette figure 8, et représentés par les ordonnées comprises entre les lignes *ab* et *fc*. Ces deux lignes sont généralement replacées par les lignes brisées *mkolpqr*... qui coupent par le milieu les lignes figuratives des efforts tranchants, comprises entre deux montants.

L'effort total et maximum est ainsi égal à

$$gk = T = 24850^{kg},$$

dans le panneau extrême et, comme deux barres de treillis sont intéressées pour résister à cet effort, chacune d'elles reçoit un effort égal à

$$F = \frac{T}{2 \cos \alpha} = \frac{24850}{2 \times \cos 42^{\circ}30'} = 16850^{kg},$$

effort qui est déterminé directement par la ligne *gh*, de l'épure qui fait avec la verticale un angle α égal à l'inclinaison des barres de treillis.

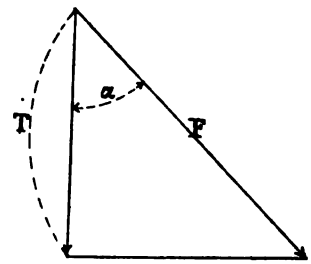


Fig. 50

De même *ij* donne l'effort sur chaque barre du deuxième panneau et ainsi de suite, étant entendu que dans une poutre de ce type, les barres verticales servant d'attache aux pièces de pont ne doivent pas être considérées comme travaillant aux efforts tranchants. Elles ne sont là que pour relier plus rigidement la membrure supérieure à la membrure inférieure et pour faciliter l'attache des pièces de pont.

Le tableau suivant résume les différents résultats donnés par l'épure et fait connaître la composition des barres de treillis ainsi que le travail des rivets qui les fixent.

Il convient de s'assurer si, sous les efforts de compression, les barres comprimées ne sont pas susceptibles de se déformer.

Cette vérification se fait à l'aide de la formule de Laisle et Schubler

$$N = \frac{R\Omega}{1 + 0{,}00008 \frac{\Omega l^2}{I}},$$

dans laquelle :

N représente la charge en kilog. que peuvent supporter les barres en toute sécurité ;

Ω représente la section de la barre considérée, en mètre carré soit $0^{m^2},003252$ pour le panneau n° 1 ;

NUMÉROS des panneaux	T Efforts tranchants	EFFORT suivant chaque barre $F = \frac{T}{2 \cos \alpha}$ $\cos \alpha = 42^{\circ} 30'$	COMPOSITION de chaque barre	SECTION nette de chaque barre	TRAVAIL par millimètre carré	NOMBRE de rivets d'attache	TRAVAIL des rivets d'attache
1	24850kg	16852kg		3252 m/m²	5kg,10	12 rivets de 20	4kg,40
2	19750	13394		2740	4,90	12 d° de 20	3,50
3	14650	9935		2000	5,00	8 d° de 18	4,80
4	9750	6612		1504	4,30	d°	3,20
5	4900	3324	d°	1504	2,20	d°	1,60

R, résistance du métal admise par mètre carré de section, soit 5500000^{kg}.

(D'après l'article 2 du Règlement ministériel, en effet, les barres de treillis soumises à des efforts d'extension ou de compression dont la variation est généralement faible, peuvent travailler à près de $5^{k},50$.

Or nous avons vu au chapitre II, § 4, que les efforts tranchants dans les barres ne pouvaient être alternatifs que vers le milieu de la poutre. Comme d'autre part, on remarque, sur l'épure, que l'effort tranchant provenant de la charge permanente est considérable par rapport aux efforts tranchants déterminés par la surcharge roulante, on peut en conclure que le coefficient de $5^{k},50$ par millim. carré pour le fer n'est pas exagéré, pour les trois premiers panneaux au moins) ;

I, moment d'inertie de la section de la barre, dans le sens où la flexion est à craindre;

l, longueur supposée libre de la barre.

Cette longueur a été prise entre le point d'attache sur l'âme et le milieu de la barre.

Les charges N que peuvent supporter les barres d'après la formule précédente ont pour valeur

Panneau n° 1 :

$$N_1 = \frac{0,003252 \times 5500000}{1 + \left(\frac{0,00008 \times 0,003252 \times \overline{0,70}^2}{0,000002037}\right)} = 16852^{kg}.$$

Panneau n° 2 :

$$N_2 = \frac{0,00274 \times 5500000}{1 + \left(\frac{0,00008 \times 0,00274 \times \overline{0,70}^2}{0,00000175}\right)} = 14198^{kg}.$$

Panneau n° 3 :

$$N_3 = \frac{0,002 \times 5500000}{1 + \left(\frac{0,00008 \times 0,002 \times \overline{0,70}^2}{0,000000763}\right)} = 9975^{kg}.$$

Panneaux n°s 4 et 5 :

$$N_{4\,et\,5} = \frac{0{,}001504 \times 5500000}{1 + \frac{0{,}00008 \times 0{,}001504 \times \overline{0{,}70}^2}{0{,}0000005937}} = 7524^{kg}.$$

Les charges N_1, N_2, N_3, N_4 et N_5 étant généralement supérieures à celles que les barres de treillis auront réellement à supporter, on est certain que ces barres présentent des sections suffisantes au point de vue de leur rigidité.

Deuxième Hypothèse.

Dans cette hypothèse, on admet que la surcharge de 400^{kg} par mètre carré couvre à la fois les trottoirs et la chaussée. La partie de cette surcharge, qui se reporte sur chaque poutre, par mètre courant de longueur, a une valeur

$$p' = 400^{kg} \times 2{,}50 = 1000^{kg}.$$

et le moment fléchissant maximum dû à la charge permanente et à la surcharge :

$$M = \frac{(p + p')l^2}{8} = \frac{(2250 + 1000)\overline{16{,}60}^2}{8} = 111946^{km}.$$

Le travail moléculaire par millimètre carré de section est donc

$$R = \frac{111946}{17561} = 6^{kg},37.$$

Ce travail est sensiblement le même que dans la première hypothèse.

Treillis. — L'effort tranchant maximum sur une culée et par poutre est dans cette hypothèse :

$$T = \frac{(p + p')l}{2} = \frac{(2250 + 1000)16{,}60}{2} = 26975^{kg}.$$

Effort inférieur à celui de

$$21165 + 7000 = 28165^{kg},$$

trouvé sur l'épure, pour la première hypothèse.

Troisième Hypothèse.

Dans cette hypothèse, on considère le passage d'un chariot à 2 essieux de 16 tonnes, traîné par 8 chevaux.

D'après l'article 17 du règlement, le travail du métal ne devra pas, dans ce cas, dépasser de plus de 1^{kg} les limites fixées à l'article 2.

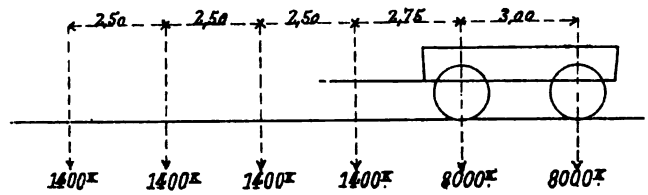


Fig. 51

Le croquis ci-contre (fig. 51) représente la répartition des charges de ce chariot, dont la position la plus défavorable par rapport à une poutre, est celle où le véhicule est le plus rapproché de cette poutre.

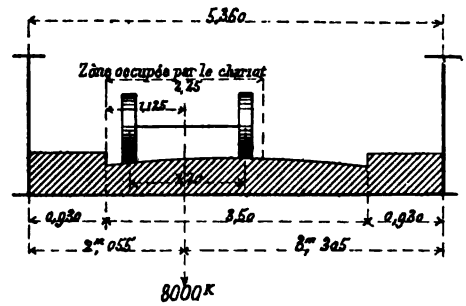


Fig. 52

Or, la largeur de chaussée occupée par ce chariot étant de $2^m,25$, les charges des essieux et des chevaux, qui se reporteront sur la poutre de gauche sont indiquées par le croquis (fig. 52), qui donne :

Charge de chaque essieu :

$$P = 8000^{kg} \times \frac{3,305}{5,360} = 4932^{kg}.$$

Charge de deux chevaux placés de front :

$$P' = 1400^{kg} \times \frac{3,305}{5,360} = 863^{kg}.$$

Les épures de statique graphique (fig. 3 et 4, pl. 6) se rapportent à cette hypothèse et montrent que le moment fléchissant maximum est produit lorsque l'une des roues tombe sensiblement au milieu de la portée (2e position), et que ce moment est

$$\mathfrak{M} = 38500^{m}.$$

A ce moment, au milieu de la portée, se développent simultanément les moments ci-après :

Moment fléchissant dû à la surcharge roulante.	$\mathfrak{M} = 38500^{kgm}$
Moment fléchissant dû à la surchage des trottoirs et trouvé précédemment. . . .	$\mathfrak{M}' = 10333$
Moment fléchissant dû à la charge permanente et trouvé précédemment	$\mathfrak{M}'' = 77500$
MOMENT TOTAL . .	$\mathfrak{M} = 126333^{kgm}$

Le travail moléculaire sera donc au milieu de la poutre :

$$R = \frac{126333}{17561} = 7^{k},10.$$

Ce chiffre est inférieur à la limite de $7^{kg},50$ que l'on peut atteindre.

D'après le polygone des forces (fig. 4), l'effort tranchant maximum sur la culée, dû à la surcharge roulante est de 10750^{kg}. Il correspond à la première position, celle où la dernière roue du chariot est au droit de l'appui. Or l'effort tranchant, au même point, dû à la surcharge des trottoirs et au poids permanent est de

$$\frac{(300 + 2250)16,60}{2} = 21165^{kg}.$$

L'effort tranchant total est donc dans cette hypothèse :

$$T = 10750 + 21165 = 31915^{kg}.$$

Comme l'effort tranchant au même point est de 28165^{kg} (dans la première hypothèse), l'augmentation est de

$$31915 - 28165 = 3750^{kg},$$

environ 1/8, ce qui correspond à un travail d'environ

$$5^{kg},10 + \frac{5,10}{8} = 5^{kg},74,$$

et

$$4^{kg},90 + \frac{4,90}{8} = 5^{kg},71,$$

dans les barres de treillis; soit, moins de 1^{kg} en plus, par rapport à la première hypothèse.

Quatrième Hypothèse.

Dans cette hypothèse, le chariot, sur la chaussée, occupe la même position, par rapport aux poutres, que dans la troisième hypothèse.

Les charges des essieux et des chevaux, qui se reportent sur la poutre de gauche seront :

$$P = 11000 \times \frac{3,305}{5,36} = 6782^{kg},$$

$$P' = 700 \times \frac{3,305}{5,36} = 431^{kg}.$$

Les épures de statique (fig. 5 et 6), montrent que le moment fléchissant maximum se détermine sous la roue, dans la deuxième position de la surcharge roulante, lorsque celle-ci arrive vers le milieu de la portée. Ce moment a pour valeur :

$$\mathcal{M} = 30000^{km},$$

chiffre inférieur à celui de la troisième hypothèse. L'effort tranchant maximum sur une culée, dû à la surcharge est, d'après l'épure

$$t = 7900^{kg},$$

chiffre inférieur à celui de 10750^{kg} trouvé dans la troisième hypothèse.

En résumé, cette hypothèse est moins défavorable que la troisième, tant au point de vue des moments fléchissants que des efforts tranchants.

IV. — *Épure des moments fléchissants et des moments résistants ou anti-fléchissants. — Détermination de la longueur des semelles.*

Sur l'épure (fig. 7), les moments fléchissants sont figurés à l'échelle de $10^{m}/^{m}$ pour 20000^{km} ; la courbe ABC représente l'enveloppe des moments fléchissants développés par la surcharge roulante dans la première hypothèse ; la courbe ADC, est la parabole des moments fléchissants correspondant à la charge permanente et à la surcharge de 400^{kg} sur les trottoirs. L'ordonnée maximum de la courbe ABC est de 22750 ; l'ordonnée maximum de la courbe ADC est, ainsi qu'on l'a vu plus haut

$$10333 + 77500 = 87833.$$

La courbe AEC est la courbe enveloppe des deux précédentes, totalisant les moments en chaque point de la portée ; elle représente donc les moments maximums qui peuvent s'y développer.

Cette courbe AEC est elle-même enveloppée de moments résistants au moins égaux aux moments fléchissants. Ainsi, en son milieu, la poutre a une section qui a donné

$$\frac{I}{v} = 0{,}0175612,$$

ce qui, pour une résistance moléculaire de $6^{kg},50$ par millim. carré ou bien de 6500000 par mètre carré, donne un moment résistant ou anti-fléchissant de

$$\frac{RI}{v} = 0{,}0175612 \times 6500000 = 114148^{kgm},$$

représenté sur l'épure, par une ordonnée de $0^{m},05707$.

La même poutre avec une seule semelle sur le talon des cornières donne un

$$\frac{I}{v} = 0{,}0125663,$$

qui correspond à un moment résistant de

$$\frac{RI'}{v'} = 0{,}0125663 \times 6500000 = 81681^{km},$$

représenté sur l'épure, par une ordonnée de $0^{m},0408$, et enfin, la poutre sans semelles, avec son âme et ses cornières, a un moment résistant

$$\frac{RI''}{v''} = 0{,}007574 \times 6500000 = 49231^{km},$$

représenté par une ordonnée de $0^m,0246$.

On détermine ensuite les longueurs pratiques des semelles en les faisant déborder la courbe de $0^m,50$ à $0^m,60$, pour qu'elles soient reliées solidement avec la tôle supérieure aux points où elles rencontrent cette courbe.

On obtient ainsi $10^m,06$, comme longueur de la deuxième semelle. La première semelle, celle qui est rivée directement sur le talon des cornières, court sur toute la longueur de la poutre.

Il n'y a plus maintenant qu'à faire la division des tôles et cornières et de placer des couvre-joints aux points voulus, ce qui est fait sur l'épure.

V. — *Pièces de pont.*

Écartement des pièces de pont . . . . . $1^m,60$

Portée admise dans les calculs. . . . . $5^m,00$

Charge permanente par mètre courant de pièce de pont, comprenant : voûtes, chaussée, trottoir et métal . 1190^{kg}

Dans le calcul des pièces de pont on doit faire les hypothèses suivantes :

1° Passage d'un tombereau de 6 tonnes et surcharge des trottoirs ;

2° Surcharge générale de 400^{kg} ;

3° Passage d'un chariot à un essieu pesant 11 tonnes ; ce passage ne doit pas produire un travail moléculaire dépassant de 1^{kg} celui qui a été trouvé dans les deux premiers cas.

Première hypothèse. — La position la plus défavorable du tombereau de 6 tonnes, pour chaque pièce de pont, se produit lorsque l'essieu de ce véhicule se trouve à l'aplomb de la pièce de pont et dans la position indiquée ci-contre (fig. 53).

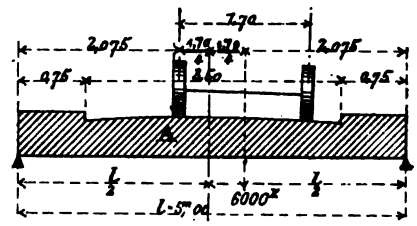


Fig. 53

Le moment fléchissant maximum se produit en A, où il a pour valeur :

Moment dû à la surcharge roulante :

$$\mathcal{M} = 6000 \frac{2,075}{5,00} \times 2,075 = 5167.$$

Moment dû à la surcharge des trottoirs :

$$\mathcal{M}' = 1,60 \times 400 \times \frac{\overline{0,75}^2}{2} = 169 ;$$

en remarquant que la charge d'un trottoir est de

$$1,60 \times 400 \times 0,75.$$

Moment dû à la charge permanente :

$$\mathcal{M}'' = \frac{1}{2} p(lx - l^2),$$

remplaçant

$$\mathcal{M}'' = \frac{1190}{2} (5,00 \times 2,075 - \overline{2,075}^2) = 3612.$$

Le moment fléchissant total en A sera donc

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' + \mathcal{M}'' = 8948^{kgm}.$$

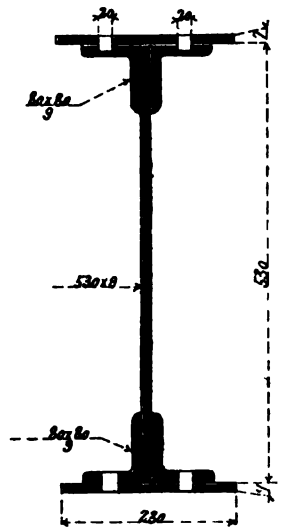


Fig. 54

Les pièces de pont sont constituées comme l'indique la figure 54 ci-contre, pour laquelle :

$$\frac{I}{v} = 0,00211534.$$

Le travail maximum du métal est donc :

$$R = \frac{8948}{2115} = 4^k,23.$$

Dans le cas d'une surcharge générale de 400^{kg} par mètre carré de trottoir et de chaussée, le moment fléchissant maximum total, au milieu de la portée est donné par la formule suivante

$$M = \frac{(p + p')l^2}{8},$$

et en remarquant que $p = 1190^{kg}$,

et $p' = 400 \times 1,60 = 640^{kg}$,

$$M = \frac{(1190 + 640)\overline{5,00}^2}{8} = 5718^{kgm}.$$

D'où le travail moléculaire est dans cette hypothèse :

$$R = \frac{5718}{2115} = 2^{kg},70.$$

Dans la troisième hypothèse on suppose que le tombereau de 6000^{kg} est remplacé par un chariot de 11 tonnes à un essieu, placé dans la même position. On trouve alors pour le moment fléchissant en A

$$\mathcal{M} = 11000 \times \frac{2,075}{5,00} \times 2,075 = 9472.$$

Le moment M′ dû à la surcharge des trottoirs, ainsi que le moment M″ dû à la charge permanente sont les mêmes que dans la première hypothèse, donc le moment total :

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' + \mathcal{M}'' = 9472 + 169 + 3612 = 13253^{kgm},$$

et le travail dans cette hypothèse devient :

$$R = \frac{13253}{2115} = 6^{kg},27.$$

Ce travail est inférieur à la limite fixée de $6^{k},50$.

VI. — *Calcul de la rivure du tablier. — Rivure des semelles sur les cornières horizontales des grandes poutres et des cornières horizontales sur les âmes.*

Comme au pont précédent le travail des rivets est donné par la formule

$$R = \frac{T}{hn\Omega}$$

dans laquelle T = effort tranchant maximum au point considéré ;

h = hauteur de la poutre ;

n = nombre de rivets qui, sur une longueur de un mètre, fixent la semelle sur les cornières ;

Ω = section d'un rivet en millimètres carrés.

Le travail maximum des rivets qui fixent les semelles aux cornières horizontales est maximum sur les appuis, c'est-à-dire, là où l'effort tranchant est lui-même maximum. Cet

effort tranchant dans la première hypothèse a été trouvé égal à

$$28\,165^{kg} = T.$$

Or, sur la culée il n'existe qu'une seule semelle, qui est reliée aux cornières horizontales par des rivets de 20^{mm} espacés de $0^{m},100$. La valeur de h au talon des cornières est de $1^{m},76$.

On a encore

$$n = 10 \times 2 = 20$$

et

$$\Omega = 314^{mm^2}.$$

La formule devient donc

$$R = \frac{28\,165}{1,76 \times 20 \times 314} = 2^{kg},54.$$

Le travail des rivets fixant les cornières à l'âme sera, en remarquant que $h' = 1,76 - 0,090 = 1^{m},67$ et que les 10 rivets travaillent au double cisaillement :

$$R' = \frac{28\,165}{1,76 \times 10 \times 2 \times 314} = 2^{kg},68.$$

Ce travail n'est pas exagéré pour des rivets en fer, car il peut atteindre le $\frac{4}{5}$ de $6^{k},50$, soit $5^{k},20$.

Rivure des couvre-joints des âmes. — L'âme verticale est composée d'une tôle de 350×10, sa section, en tenant compte de trois trous de rivets de 20^{mm} est de

$$\Omega = 2900 \text{ millimètres carrés.}$$

Comme le plus grand effort que cette tôle devra supporter doit être, au maximum, de $6^{k},50$ par millimètre carré de section, soit :

$$F = 2900 \times 6^{kg},50 = 18\,850^{kg},$$

et que le nombre de rivets de 20^{mm} travaillant au double cisaillement, prévu de chaque côté d'un joint de l'âme verticale est de 8 ; le travail des rivets des couvre-joints sera inférieur à

$$R = \frac{F}{2n\omega} = \frac{18\,850}{2 \times 8 \times 314} = 3^{kg},70.$$

Rivure des couvre-joints de semelles. — La section d'une semelle de 360×9, en tenant compte de deux trous de rivets de 20^{mm}, est de

$$\Omega = 2880^{mm^2}.$$

On a vu, dans le calcul de résistance des grandes poutres, que ces tôles ne doivent pas supporter généralement un effort supérieur à $6^{kg},5$ par millimètre carré, donc,

$$F = 2880 \times 6,50 = 18720^{kg}.$$

Le dessin indique que le nombre de rivets établis de chaque côté du joint d'une semelle est de 16. Par suite le travail maximum des rivets fixant les couvre-joints des semelles sera :

$$R = \frac{F}{16\omega} = \frac{18720}{16 \times 314} = 3^{kg},70.$$

Rivure des montants verticaux fixant les pièces de pont aux poutres. — Le plus grand effort que ces montants auront à supporter est égal à l'effort tranchant maximum d'une pièce de pont. Cet effort sera maximum, au passage d'un chariot de 16 tonnes à deux essieux, dans la position de la figure n° 52 et lorsque l'un des essieux sera placé directement au-dessus d'une pièce de pont.

L'effort tranchant dans ce cas aura pour valeur

$$T = 8000 \frac{3,305}{5,306} + 1,60 \times 400 \times 0,75 + 1190 \times \frac{5,20}{2} = 8388^{kg}.$$

Chaque montant est fixé à l'âme par 8 rivets de 20^{mm}, travaillant au double cisaillement. Le travail de ces rivets sera donc :

$$R = \frac{8388}{2 \times 8 \times 314} = 1^{kg},60.$$

Nous indiquons plus loin, vers la fin du chapitre 5, comment se détermine ordinairement la section des couvre-joints de l'âme et des cornières.

VII. — *Calcul de la Flèche au milieu des poutres maîtresses.*

1° *Flèche permanente sous l'action de la charge uniformément répartie de* $2\,250^{kg}$.

Sous l'action de cette charge permanente, la flèche, au milieu de la portée est donnée par la formule

$$f = \frac{5pl^4}{384EI}$$

en posant

$$E = 18 \times 10^9 = 18000000000,$$

le coefficient d'élasticité pour le fer,

$$I = \frac{I}{v} \times v = 0{,}01756 \times \frac{1{,}796}{2} = 0{,}015769$$

et remplaçant on trouve

$$f = \frac{5 \times 2250 \times \overline{16{,}6}^4}{384 \times 18 \times 10^9 \times 0{,}015769} = 0^m{,}0078.$$

2° — *Flèche développée sous l'action du plus grand moment fléchissant possible, c'est-à-dire, sous le passage des chariots de* 16 *tonnes.*

Dans cette hypothèse, les trottoirs sont supposés chargés uniformément et, on a vu ci-devant, que le moment fléchissant total au milieu de la poutre était de

$$126333^{kgm} = M.$$

Dans ce chiffre le moment fléchissant provenant de la charge permanente et de la surcharge uniforme des trottoirs entrait pour 87 833^{kgm}, tandis que le moment provenant spécialement de la surcharge roulante n'entrait que pour 38500^{kgm}.

En jetant les yeux sur la courbe des moments fléchissants totaux, on voit que l'on est sensiblement près de la vérité, en assimilant, au point de vue des effets pratiques, la charge des poutres, à une charge uniformément répartie φ par mètre courant, qui donnerait le même moment total M.

On aurait ainsi :

$$\frac{\varphi l^2}{8} = 126\,333 = M,$$

d'où

$$\varphi = \frac{126\,333 \times 8}{l^2} = \frac{126\,333 \times 8}{\overline{16{,}6}^2} = 3\,704^{kg}.$$

En appliquant la même formule que ci-dessus pour avoir la flèche produite par la charge uniformément répartie

de 3 704kg par mètre courant, on trouverait, en appelant f' la flèche dûe à la charge et à la surcharge :

$$f' = f\frac{3\,704}{2\,250} = 0{,}0078\,\frac{3\,704}{2\,250} = 0^{m},0129.$$

VIII. — *Calcul des Voûtes en brique.*

Les voûtes supportant la chaussée ont $0^{m},110$ d'épaisseur et sont construites en briques rouges bien cuites ; l'ouverture des voûtes est de

$$1^{m},600 - 0{,}15 = 1^{m},45 = l,$$

la flèche au milieu est d'environ $0^{m},340 = f$. La poussée horizontale de la voûte à la clef est donnée approximativement par la formule ci-après, appliquée souvent pour les voûtes des ponts :

$$F = \frac{pl^2}{8f}.$$

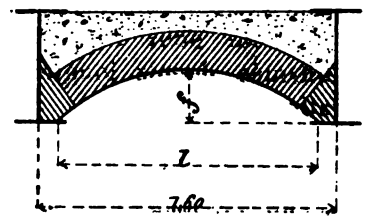


Fig. 55

En supposant que le ballast qui recouvre les voûtes, répartisse la charge d'une roue sur $0^{m},90$ de longueur de cette voûte, celle-ci devra résister :

1° A la charge de la roue de chariot du 11 tonnes, soit 5 500kg

2° Au poids propre de la chaussée et de la voûte même, égal à

$$0{,}50 \times 0{,}90 \times 1\,700 = \qquad 765$$

TOTAL 6 265kg

ce qui fait par mètre carré, un poids uniformément réparti sur la voûte en brique de

$$\frac{6\,265}{0{,}90} = 6\,739^{k} = p;$$

en remplaçant dans la formule ci-dessus, on trouve la poussée

$$F = \frac{6\,739 \times \overline{1{,}45}^2}{8 \times 0{,}340} = 5\,209^{kg}.$$

Or, la section en centimètres carrés pour une longueur de voûte de $0^m,90$ est

$$90 \times 11 = 990 \text{ centimètres carrés,}$$

d'où

$$R = \frac{2609}{990} = 5^{kg},26 \text{ par centimètre carré.}$$

Ce travail est faible si on remarque que d'après les expériences récentes de MM. Michelet et Perrodil, on peut faire travailler la brique rouge bien cuite jusqu'à 8^{kg} par centimètre carré, avec la plus grande sécurité. Travail qui correspond au vingtième de la charge d'écrasement de la brique.

D'ailleurs, la résistance des voûtes en briques de $0^m,110$ d'épaisseur pour supporter les chaussées de ponts, est confirmée depuis longtemps déjà par l'expérience et la pratique.

IX. — *Calcul des barres de treillis à la compression, par la formule de Lowe.*

Pour s'assurer que les barres de treillis ne sont pas susceptibles de se déformer à la compression, on aurait pu employer aussi la formule de Lowe, très connue, pour calculer les colonnes en fer et que nous rappelons ci-après :

$$\frac{N}{\Omega} = \frac{R}{0,85 + 0,04 \frac{l}{d}},$$

d'où l'on tire

$$N = \frac{R\Omega}{0,85 + 0,04 \times \frac{l}{d}}.$$

Dans cette formule, applicable lorsque le rapport $\frac{l}{d}$ est compris entre 5 et 30 :

N représente la charge de sécurité en kilog, que peuvent supporter les barres ;

$\Omega =$ la section brute de la barre considérée en millimètres carrés ;

R = résistance du métal admise par millimètre carré de section ;

l = longueur supposée libre de la barre ; la même qui a été considérée page 103 ;

d = plus petit diamètre de la barre si elle est cylindrique, ou plus petite largeur si elle est rectangulaire ou de section cruciforme.

En appliquant cette formule pour les différents panneaux de la poutre on a :

Panneau n° 1 :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Ame. .} = 80 \times 11 = & 880 \\ 2 \text{ corn.} \quad \dfrac{70 \times 70}{12} = & 3072 \end{array}\right\} \text{Section de la barre}$$

$$\Omega = 3952 \text{mm}^2,$$

d'où

$$N_1 = \frac{5{,}5 \times 3952}{0{,}85 + 0{,}04 \dfrac{0{,}70}{0{,}080}} = 18113^{\text{kg}}.$$

Panneau n° 2 :

$$\begin{array}{ll} \text{Ame. .} = 80 \times 9 = & 720 \\ 2 \text{ corn.} \quad \dfrac{70 \times 70}{10} = & 2600 \end{array}$$

$$\Omega = 3320 \text{mm}^2,$$

d'où

$$N_2 = \frac{5{,}5 \times 3320}{0{,}85 + 0{,}04 \dfrac{0{,}70}{0{,}08}} = 15217^{\text{kg}}.$$

Panneau n° 3 :

$$2 \text{ corn. } \frac{60 \times 60}{11} = 2398 \text{mm}^2 = \Omega,$$

d'où

$$N_3 = \frac{5{,}50 \times 2398}{0{,}85 + 0{,}04 \dfrac{0{,}70}{0{,}060}} = 10022^{\text{kg}}.$$

Panneaux n°s 4 et 5 :

$$2 \text{ corn. } \frac{60 \times 60}{8} = 1\,792 = \Omega,$$

d'où

$$N_{4\,\text{et}\,5} = \frac{5{,}50 \times 1\,792}{0{,}85 + 0{,}04\,\dfrac{0{,}70}{0{,}060}} = 7413^{\text{kg}}.$$

Cette formule est beaucoup plus simple que celle de Laisle et Schubler, indiquée au n° 3, et est d'un usage fréquent.

Comme les résultats sont assez rapprochés des précédents, elle nous paraît, quoique moins rigoureuse, pouvoir être employée généralement dans la pratique.

X. — *Calcul des plaques d'appui.* — Les sabots ou plaques d'appui, sont généralement en fonte ou en acier coulé. Dans

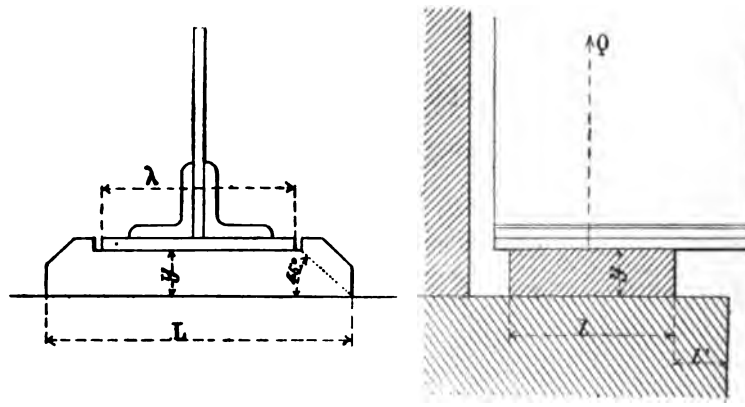


Fig. 56

les ponts à une seule travée, il y a un appui fixe, qui est relié invariablement à la poutre, et un appui glissant, qui permet à la poutre de s'allonger librement, lorsque les effets de la dilatation se manifestent.

Il importe, pour calculer les dimensions de ces appuis, de connaître l'effort tranchant Q à l'extrémité de cette poutre, et la résistance R de la pierre du sommier ; alors, d'une manière générale, on a :

$$l = \frac{5\lambda}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{40Q}{25\lambda^2 R'}} - 1\right],$$

$$L = \lambda + 0{,}2l,$$

$$y = \frac{l}{10},$$

$$l' = \frac{l}{3} \text{ à } \frac{l}{4}.$$

Or, l'effort tranchant maximum sur culée a été trouvé égal à

$$31\,915^{kg} = Q, \qquad \text{(3e Hypothèse)}$$

d'autre part :

$$R = 250\,000^{kg} \text{ par mètre carré ;}$$

c'est la résistance moyenne des pierres de taille des sommiers. L'application des deux formules ci-dessus donne pour notre pont :

$$l = \frac{5 \times 0{,}360}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{40 \times 31\,915}{25 \times \overline{0{,}36}^2 \times 250\,000}} - 1\right]$$

$$= 0{,}90(2{,}576 - 1) = 0^m{,}558,$$

$$L = 0{,}36 + 0{,}2 \times 0{,}558 = 0^m{,}470,$$

$$y = \frac{0{,}470}{10} = 0^m{,}047 \qquad e$$

$$l' = 0^m{,}139 \text{ à } 0^m{,}140.$$

Toutes ces conditions sont à peu près remplies dans le pont que nous venons d'étudier, car on a (pl. 5) :

$$l = 0^m{,}550, \qquad L = 0^m{,}470 \qquad \text{et} \qquad y = 0^m{,}055.$$

§ III.

Poids de métal à compter pour superstructures de ponts métalliques.

I. — Comme on l'a vu, par les deux exemples qui précèdent, pour faire le calcul des poutres d'un tablier métallique, il faut connaître, au préalable, le poids de l'ouvrage.

Bien que ce poids soit variable avec le type de pont adopté, on trouvera dans le tableau ci-après le poids approximatif de la superstructure des ponts métalliques en acier.

Pour des ponts construits entièrement en fer, il faut augmenter de 1/5 à 1/3 les chiffres indiqués dans ce tableau.

TABLEAU des Poids du métal pour superstructures des Ponts métalliques en Acier.

(Pour les ponts en fer on comptera un cinquième environ en plus pour les portées au-dessous de 45 mètres; à partir de 45 mètres jusqu'à 60 mètres on ajoutera 1/4 en plus; à partir de 60 mètres et au-delà, on ajoutera un tiers en plus).

Travées isolées.

Ouverture moyenne des travées	PONTS EN TOLE POUR CHEMINS DE FER — Poids du mètre linéaire à double voie	Poids du mètre linéaire à simple voie	Poids du mètre superficiel	PONTS POUR ROUTES ET CHEMINS — Poids du mètre superficiel Ponts en tôle	Ponts en fonte	OBSERVATIONS
	kg	kg	gg	kg	kk	
5m	1425	783	178	121	179	
10	1716	943	214	144	209	A. — En ce qui concerne le mètre linéaire de ponts pour chemins de fer, le rapport des poids entre les ouvrages à double voie et ceux à simple voie est égal à $\frac{20}{11} = 1,82$, excepté toutefois pour les ponts où les deux voies sont indépendantes et où le rapport est nécessairement celui de 2 à 1.
15	2029	1115	253	169	240	
20	2359	1296	295	197	274	
25	2703	1485	337	226	308	
30	3061	1682	382	257	344	
35	3429	1884	428	289	381	
40	3807	2092	475	322	419	
45	4195	2305	524	356	458	
50	4590	2522	573	391	497	
55	4990	2742	623	427	537	
60	5396	2965	674	463	578	
65	5808	3191	725	500	618	B. — Le poids superficiel pour ponts de chemins de fer est déduit du poids du mètre linéaire, en divisant par 8 celui du pont à double voie, et par 4,40 celui du pont à simple voie.
70	6224	3420	777	537	660	
75	6643	3650	830	575	702	
80	7063	3881	882	613	744	
85	7491	4116	935	652	786	
90	7919	4351	989	691	828	
95	8350	4588	1043	730	871	C. — Pour les ponts de routes, on n'a pas donné des poids par mètre linéaire, attendu que les largeurs sont trop variables.
100	8783	4826	1097	769	914	
105	9218	5065	1151	809	958	
110	9657	5306	1206			
115	10095	5547	1261			D. — Les ouvertures considérées sont prises entre les parements des piles et non d'axe en axe des supports. Le mètre linéaire et le mètre superficiel s'appliquent à la longueur totale de la superstructure.
120	10536	5789	1316			
125	10976	6031	1371			
130	11422	6276	1426			
135	11864	6519	1481			
140	12310	6764	1537			
145	12756	7009	1593			
150	13204	7255	1649			
155	13652	7501	1705			

NOTA. — Lorsqu'il s'agit d'un pont en acier à plusieurs travées solidaires, ces poids doivent être diminués de $\frac{1}{40}$ environ.

Ces poids peuvent être adoptés avec confiance, soit pour des évaluations d'avant-projets, soit pour les valeurs à prendre comme premières bases dans les calculs des projets définitifs. Dans l'étude des projets, il conviendra d'ailleurs de chercher, par le choix des dispositions à obtenir, des poids plus faibles que ceux indiqués, en considérant ceux-ci comme des maxima qui ne devront pas être dépassés à moins de circonstances exceptionnelles.

Les poids ne s'appliquent qu'au métal employé dans les superstructures, *supports non compris*.

II. — *Observations.*

En terminant l'étude des ponts-routes à une seule travée, et pour faciliter la pratique des calculs dans des projets de ce genre, il est bon de faire connaître que les hypothèses qui donnent les moments de plus grande fatigue sont les suivantes :

1° — Les tombereaux de 11 tonnes à un seul essieu et attelés de 5 chevaux, pour les ponts de 1 à 8 mètres de portée ;

2° — Le passage des chariots de 16 tonnes, attelés de 8 chevaux, pour les ouvertures de 8 à 75 mètres ;

3° — La surcharge de 400^{kg} par mètre carré donne une fatigue moléculaire supérieure à celle qui est produite par le passage des tombereaux de 6 tonnes, pour les ouvertures de 22 mètres et au-dessus.

La connaissance de ces renseignements permettra de limiter le nombre d'hypothèses.

CHAPITRE CINQUIÈME

PONTS A UNE TRAVÉE ET SUPPORTANT DES VOIES FERRÉES A LARGEUR NORMALE

---

§ 1.

Pont de $8^m,00$ d'ouverture sous rails et à poutres jumelées. (*Type de la Compagnie du Midi*) (Pl. 7).

I. — *Description sommaire.*

Ce tablier est tout en fer. Chaque file de rail de la voie, est établie sur une longrine en bois de $0^m,400 \times 0^m,140$, reposant sur les entretoises de deux poutres jumelées qui ont $0^m,598$ de hauteur, et sont à l'écartement de $0^m,585$. Les deux poutres centrales, sont entretoisées elles-mêmes par des fers à T de $\frac{100 \times 80}{8}$, à l'écartement de $1^m,00$ et supportant un parquet en tôle striée de $6^{mm},1/2$ d'épaisseur.

Enfin, le tablier est bordé par des poutres de rive longitudinales de $0^m,250$ de hauteur, sur lesquelles se fixent les entretoises recevant le parquet.

Les calculs s'établissent comme ci-après :

II. — *Poutres jumelées.*

Données : Portée des poutres. . . . . $l = 8^m,700$

Poids par mètre courant du tablier à une voie . . . . { Métal . . . . 1050^{kg}
Longrines et voie. 200

$p = 1250^{kg}$

Le plus grand moment fléchissant dans les poutres, dû à la surcharge, se produit lorsque les 4 essieux d'une machine

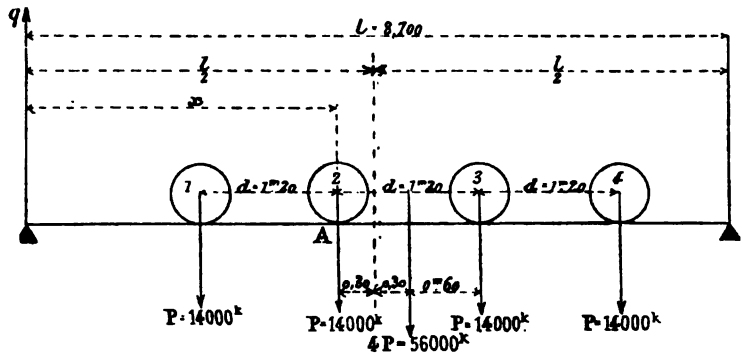


Fig. 57

du train type se trouvent sur le tablier. Ce moment fléchissant maximum correspond, d'après ce qui a été dit au § 5 du chapitre II, au point A, distant du milieu de la portée d'une valeur égale à

$$\frac{1^m,20}{4} = 0^m,30.$$

$$4P = 56000^{kg}.$$

La réaction q, sur la culée de gauche, dûe à la surcharge est :

$$q = 4P\,\frac{\left(\frac{l}{2} - 0,30\right)}{l},$$

et en remplaçant

$$q = 56000\,\frac{(4,35 - 0,30)}{8,70} = 26069^{kg}.$$

Le moment fléchissant en A, dû à la surcharge, est :

$$\mathcal{M} = q\left(\frac{l}{2} - 0,30\right) - Pd,$$

$$\mathcal{M} = 26069(4,35 - 0,30) - 14000 \times 1,20 = 88779.$$

Le moment fléchissant au même point, dû à la charge permanente est :

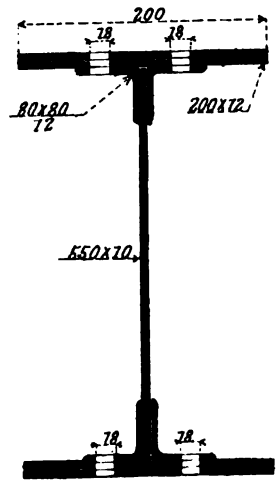


Fig. 58

$$\mathfrak{M}' = \frac{p}{2}(lx - x^2)$$

$$= \frac{1250}{2}(8,70 \times 4,05 - \overline{4,05}^2) = 11770.$$

Le moment fléchissant total au point A est donc :

$$M = \mathfrak{M} + \mathfrak{M}' = 88779 + 11770$$
$$= 100549^{kgm}.$$

La section d'une poutrelle est représentée par le croquis ci-contre (fig. 58) et donne pour la section nette, avec deux semelles de 200×12

$$\frac{I}{V} = 0,003930567. \qquad (1)$$

Soit pour les 4 poutrelles composant les poutres de la voie :

$$\frac{I}{V} = 0,015722268.$$

Le travail du fer par millimètre carré de section nette est :

$$R = \frac{100549}{0,015722268} = 6^{kg},39.$$

Chiffre inférieur à la limite $6^k,50$.

III. — *Calcul de la longueur de la 2e semelle de 12mm.*

La longueur de la 2e semelle se détermine par la condition que le travail du fer soit au maximum de $6^k,5$ par millimètre carré, dans la section à chaque extrémité de cette 2e semelle.

Or, la charge uniformément répartie p'' qui produirait, au milieu des poutres, le même moment fléchissant maximum trouvé égal à 100 549 est :

$$\frac{p''l^2}{8} = M = 100549,$$

(1) On remarquera que pour faciliter la recherche de $\frac{I}{v}$ de la section, on a supposé une poutre symétrique, en remplaçant la semelle de 260×10 du haut, par une semelle de 200×12 à peu près équivalente (Voir Pl. 7).

d'où

$$p'' = \frac{8 \times 100549}{\overline{8,70}^2} = 10627^k.$$

La valeur de $\frac{I'}{V'}$ de la section nette de chaque poutrelle avec une seule semelle courante de 200×12 à la partie supérieure et à la partie inférieure est :

$$\frac{I'}{V'} = 0,002917389.$$

Le moment résistant des 4 poutrelles au point F, où se termine la 2e semelle de 12m/m, est de :

$$\frac{RI'}{V'} = 4 \times 0,002917389 \times 6500000 = 75852.$$

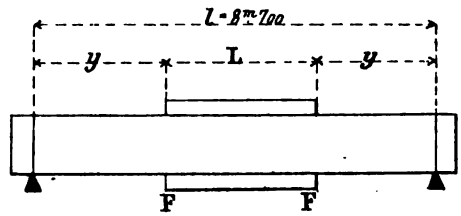


Fig. 59

Le moment fléchissant en F (fig. 59) est :

$$M_F = \frac{p''ly}{2} - \frac{p''y^2}{2} = 75852,$$

soit en remplaçant

$$\frac{10627 \times 8,70 \times y}{2} - \frac{10627 \times y^2}{2} = 75852,$$

équation du second degré d'où l'on tire

$$y = \frac{8,70}{2} \pm \sqrt{\frac{\overline{8,70}^2}{4} - \frac{75852 \times 2}{10627}},$$

soit

$y' = 4,350 + 2,155 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 6,505
$y'' = 4,350 - 2,155 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 2,195

Longueur théorique de la 2e semelle. . . . . $4^m,310$

En exécution cette longueur de $4^m,310$ sera portée à $5^m,480$.

En outre, la semelle courante inférieure de 200×12 est convertie en une semelle équivalente de 260×10, pour permettre l'attache de la tôle striée, ainsi qu'il a été dit ci-dessus.

IV. — *Entretoises sous longrines.*

Portée . . . . . $l = 0^m,500$
Ecartement des entretoises . . . . . $0^m,500$

L'écartement des entretoises n'étant que de $0^m,50$, on pourrait admettre, jusqu'à un certain point que la longrine portant la voie, répartit sa charge sur plusieurs entretoises. Il est prudent néanmoins, de calculer chaque entretoise, comme devant supporter intégralement la charge roulante, mais en supposant cependant, que cette charge se répartit uniformément sur la longueur de l'entretoise occupée par la largeur de la longrine, qui est de $0^m,400$ (fig. 60).

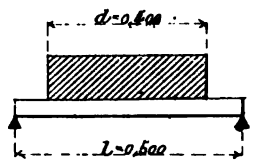


Fig. 60

Or, le moment fléchissant maximum se réalise au milieu de la portée lorsqu'une roue arrive à l'aplomb d'une entretoise, et, en admettant, comme l'ordonne l'Article 4 de la Circulaire ministérielle, que l'essieu isolé pèse 20 tonnes,

Ce moment fléchissant maximum a pour valeur :

Voir page 3 :

$$M = \frac{pd}{8}(2l - d),$$

mais ici

$$pd = P = 10000^{kg},$$

alors

$$M = \frac{P}{8}(2l - d) = \frac{10000}{8}(2 \times 0,50 - 0,40) = 750.$$

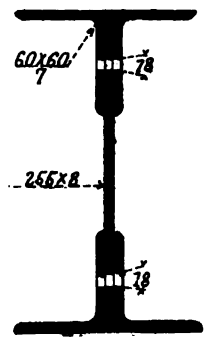


Fig. 61

Chaque entretoise est composée comme le montre le croquis ci-contre (fig. 61) et donne pour la section nette :

$$\frac{I}{V} = 0,0003416.$$

Le travail maximum du fer est donc :

$$R = \frac{750}{0,0003416} = 2^{kg},19.$$

Chiffre inférieur à la limite $5^{kg},5$.

V. — *Entretoises sous platelage métallique.*

Données : Portée . . . . . $l = 1^m,32$
Charge permanente par mètre . . . $p = 60^{kg}$
Surcharge $1^m,00 \times 300^{kg}$ . . . . $p' = 300^{kg}$.

Le moment fléchissant maximum au milieu de la portée est :

$$M = \frac{(p+p')l^2}{8} = \frac{(60+300)\overline{1,32}^2}{8} = 78,4.$$

Chaque entretoise est composée d'un fer à simple T comme le montre le croquis ci-contre et donne pour la section nette :

$$\frac{I}{V} = 0,0000127.$$

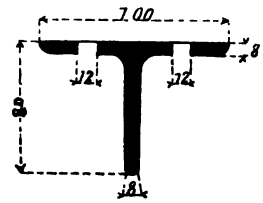


Fig. 62

Le travail maximum du fer par millimètre carré est :

$$R = \frac{78,4}{0,0000127} = 6^{kg},10.$$

Ce chiffre est de beaucoup supérieur à la réalité, car la tôle striée, qui se fixe sur ces entretoises, constitue une semelle résistante dont il est difficile de tenir compte dans les calculs.

VI. — *Poutres de Rive.*

Données :

Portée . . . . . $l = 8^m,700$
Charge permanente par mètre . $p = 120^{kg}$
Surcharge $0,60 \times 300^{kg}$ . . $p' = 180^{kg}$.

Le parquet est supposé devoir résister à une surcharge de 400^{kg} par mètre carré.

Le moment fléchissant maximum au milieu de la portée est :

$$M = \frac{(p+p')l^2}{8} = \frac{(120+180)\overline{8,70}^2}{8} = 2838.$$

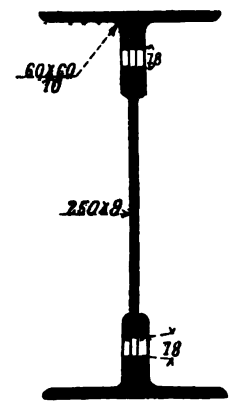


Fig. 63

Chaque poutre de rive est composée comme le montre

le croquis ci-contre (fig. 63) et donne pour la section nette :

$$\frac{I}{V} = 0{,}0004354.$$

Le travail maximum du fer est :

$$R = \frac{2838}{0{,}0004354} = 6^{kg},5.$$

VII. — *Calculs des Rivets.*

Rivets des poutrelles. — Le travail des rivets dans les poutrelles est donné par la formule :

$$R = \frac{T\Delta x}{n\omega I}\,\Sigma y d\omega.$$

dans laquelle les lettres ont la signification suivante :

T. — Effort tranchant maximum au point considéré . . . . . $= 12\,635^{kg}$;

Δx. — Longueur d'un intervalle de rivets $= 0^{m},100$;

n. — Nombre de sections de rivets dans un intervalle . . . . . $= 2$;

ω. — Section d'un rivet . . . . . $= 0^{m2},000\,254$;

I. — Moment d'inertie de la section brute de la poutrelle avec une seule semelle

$$= 0{,}00096805\ ;$$

$\Sigma y d\omega$. — Moment par rapport à la fibre neutre des sections des différentes parties reliées au reste de la poutre par les rivets considérés

$$\Sigma y d\omega = (0{,}200 \times 0{,}012)\left(0{,}275 + \frac{0{,}012}{2}\right) = 0{,}0006744.$$

Le travail maximum des rivets qui fixent les semelles aux cornières horizontales et ces dernières à l'âme des poutrelles se produit, sur les appuis, là où l'effort tranchant est maximum. La portée des poutrelles étant de $8^{m},70$, il peut se trouver à la fois sur le tablier 4 essieux d'une machine du train type et un essieu de tender. L'effort tranchant maximum, sur l'un des appuis, lorsque l'essieu de tête est sur la culée a pour valeur :

$$T = 4P\left(\frac{l - 1{,}80}{l}\right) + P'\left(\frac{l - 8{,}20}{l}\right) + \frac{pl}{2}.$$

(Voir fig. 57 et 26.)

Remplaçant les lettres par leurs valeurs :

$$T = 56000 \times \frac{6,90}{8,70} + \frac{12000 \times 0,50}{8,70} + \frac{1250 \times 8,70}{2} = 50540^{kg}.$$

Soit pour une poutrelle :

$$T = \frac{50540}{4} = 12635^{kg}.$$

Sur les culées il n'existe qu'une semelle à la partie supérieure et à la partie inférieure des poutrelles. La formule devient donc pour les rivets de $18^{m/m}$ fixant les semelles aux cornières horizontales :

$$R = \frac{12635 \times 0,100}{2 \times 0,000254 \times 0,00096805} \times 0,0006744 = 1^{kg},7.$$

Le travail des rivets fixant les cornières horizontales à l'âme des poutrelles sera :

$$R = \frac{12635 \times 0,100}{2 \times 0,000254 \times 0,00096805} \times 0,0015646 = 4^{kg},01.$$

Rivets des entretoises sous longrines. — Les rivets qui fixent les entretoises sous longrines aux cornières verticales attaches sont au nombre de 6 par entretoise. La charge maxima supportée par une entretoise étant de 1000^{k}, le travail de ces rivets de $18^{m/m}$, soumis à un double cisaillement, est :

$$R = \frac{10000}{2 \times 6 \times 0,000254} = 3^{kg},28 \text{ par millimètre carré.}$$

VIII. — *Calcul de la Flèche au milieu des grandes poutres.*

La détermination de la flèche permanente sous l'action de la charge du poids propre de 1250^{kg} serait facile à obtenir, nous nous contenterons donc de déterminer seulement la flèche sous le passage de la surcharge.

A cet effet, on sera sensiblement près de la vérité en admettant que la surcharge uniformément répartie de $p'' = 10627^{kg}$, qui produit les mêmes moments fléchissants que le passage de la surcharge roulante, produit aussi sensiblement les mêmes flèches.

La flèche au milieu aura donc très approximativement

pour valeur :

$$f = \frac{5p''l^4}{384EI}.$$

Soit en remplaçant les lettres par leurs valeurs :

$$f = \frac{5 \times 10627 \times \overline{8,70}^4}{384 \times 17000000000 \times 0,0157222 \times 0,299} = 0^m,009.$$

En ayant soin de remarquer que

$$I = \frac{I}{v} \times v = 0,0039305 \times 4 \times 0,299.$$

On peut d'ailleurs déterminer cette flèche assez rapidement par une épure graphique, comme il a été fait au Chapitre II.

§ 2.

Méthode de MM. Hausser et Cunq pour la détermination graphique des moments fléchissants maxima, développés dans les poutres, par la surcharge roulante. (Fig. 4 et 5, Pl. 7.)

La courbe des plus grands moments fléchissants que les essieux produisent dans les poutres du pont ci-dessus, peut se déterminer facilement, par le procédé graphique ci-après, que nous empruntons à MM. Hausser et Cunq.

En se reportant à ce qui a été dit aux pages 53 et 54, on sait que le moment maximum sous une roue se produit, lorsque cette roue et la résultante de l'ensemble des poids roulants sont à égale distance du milieu de la portée.

Dans le cas présent, la résultante des poids passe entre les deux roues du milieu, distantes de $1^m,20 = d$ (voir fig. 57), donc le maximum du moment se produit pour l'essieu 2, lorsque celui-ci arrive à une distance

$$mG = \frac{d}{4} = \frac{1,20}{4} = 0^m,30,$$

(voir fig. 4, pl. 7), le point G étant le milieu de la travée.

Pour l'essieu 1, il se produit lorsqu'il arrive à une distance du milieu de la portée égale à

$$\frac{1,20+0,60}{2} = \frac{1,80}{2} = 0^{m},90 = nG,$$

pour l'essieu 3, il se produit lorsqu'il arrive près du milieu de la portée et à une distance

$$Go = \frac{1,20}{4} = 0^{m},30.$$

Enfin, pour l'essieu 4, lorsqu'il est en p, pour lequel on a

$$Gp = \frac{1,80}{2} = 0^{m},90.$$

En résumé, c'est sur les verticales des points n, m, o, p, que sont les moments maxima cherchés.

Ces points étant déterminés, on mène une ligne oblique indéfinie Ax, sur laquelle on porte, à partir du point A, des longueurs Aa, ab, bc, et cd proportionnelles aux poids des essieux 1, 2, 3 et 4, c'est-à-dire à 14 tonnes; on joint dB et par les points a, b et c, on mène des parallèles à dB ; la portée AB est divisée ainsi en segments proportionnels aux poids respectifs des essieux.

Par ces points a', G et c' on mène des verticales, qui vont limiter les arcs paraboliques dont il va être parlé. (On remarquera que dans ce cas particulier, les quatre charges étant égales, la parallèle menée à dB par le point b tombe en G.)

La courbe limitative des ordonnées représentant les moments est un arc appartenant à la parabole unique dont la flèche, au milieu de la portée, est égale à $\frac{Ql}{4}$, Q étant égal à la somme des quatre poids roulants.

Dans le cas qui nous occupe on a

$$Q = 14000 \times 4 = 56000^{kg}$$

et

$$\frac{Ql}{4} = \frac{56000 \times 8,70}{4} = 121800,$$

que l'on porte en ordonnée en GS, à l'échelle de 1 centimètre pour 20 000, ce qui fait GS = $60^{mm},09$, et l'on trace une

fois pour toutes, la parabole ASB, qui devra servir de patron pour tracer les divers arcs que comporte l'épure.

En plaçant l'axe de ce patron sur la verticale du point *n*, de manière que son périmètre passe par le point A, on trace la demi-parabole AN, mais tout l'arc ne peut servir pour les moments maxima. On place ensuite l'axe du patron sur la verticale du point *m*, de manière à faire passer la courbe par le point *a''*, où la parabole précédente coupe la verticale du point *a'* et on obtient l'arc *a''*MK, qui limite les moments qui se produisent au passage des essieux n°s 1 et 2, depuis le point *a* jusqu'au milieu de la travée. En continuant pour les essieux 3 et 4 ce qui a été fait pour les essieux 1 et 2, on obtient le complément KO*c''*B de l'enveloppe des plus grands moments fléchissants, sous l'influence du déplacement des 4 essieux sur la poutre. A chacun des poids, correspond un arc de la parabole ASB, déterminée au moyen d'un point et de la position de l'axe vertical. Comme vérification de l'exactitude du tracé, on doit obtenir, pour l'essieu n° 4 à droite, un arc passant par le point c'' correspondant à l'essieu n° 3, et par le point d'appui B.

Pour aller rapidement, le patron peut être une parabole relevée sur papier calque, sur lequel on trace son axe vertical et une ligne horizontale qui servent de guide; on fait courir ce calque sur le papier et on pointe, avec une épingle sur la figure en dessous, les arcs paraboliques déterminés.

L'exactitude de ce procédé graphique peut se vérifier en mesurant l'ordonnée maximum *m*M ou *o*O, qui a une longueur de 44^{mm},3 représentant à l'échelle de l'épure, un moment fléchissant de

$$44{,}35 \times 20000 = 88700 = \mathfrak{M}$$

trouvé par les calculs ci-devant.

Pour avoir la courbe définitive des plus grands moments fléchissants développés, il suffit de reporter en A'K'B' (fig. 5), le contour de l'épure déterminée ci-dessus; de tracer, sur cette figure, la parabole A'CB, représentant les moments provenant de la charge uniformément répartie, dont l'ordonnée du sommet a été trouvée égale à 11 770 = $\mathfrak{M}'$; de

totaliser les ordonnées de ces deux courbes et l'on obtient la courbe définitive A'DB' dont l'ordonnée maximum représente les moments

$$M = \mathcal{M}b + \mathcal{M}b' = 100549,$$

sur cette épure on indique ensuite les semelles correspondant à des moments résistants

$$\frac{RI}{v} = 0{,}0157222 \times 6500000 = 102194$$

avec deux semelles et à

$$\frac{RI'}{v'} = 4 \times 0{,}00291738 \times 6500000 = 75852,$$

avec une seule semelle.

Cette détermination graphique des moments fléchissants est d'une application facile pour les ponts de 5 à 20 mètres d'ouverture, qui ne reçoivent à la fois qu'un nombre restreint d'essieux. La méthode est générale et s'applique aussi aux ponts pour routes.

§ III

Pont en acier de 18 mètres d'ouverture (Pl. 8).

I. — *Description sommaire.* — Ce deuxième pont, pour une seule voie ferrée à écartement normal, est construit en acier doux ; il est constitué par deux poutres en treillis de $1^m,77$ de hauteur, espacées de $4^m,90$ d'axe à axe et reliées entre elles par des pièces de pont placées à leur partie inférieure, aux écartements de $1^m,90$. Un cours de longerons ou entretoises porteuses, règne sous chacune des deux files de rails, entre les pièces de pont. Un plancher en tôle striée de $9^m/^m$ d'épaisseur est rivé sur les longerons et les pièces de pont.

Les traverses de la voie sont fixées au parquet par des équerres en cornière, boulonnées sur la tôle striée et encastrées dans les traverses.

Les poutres reposent sur les culées par l'intermédiaire de

plaques en fonte. Sur une culée sont les deux appuis fixes; sur l'autre culée sont les deux appuis mobiles, constitués par deux plaques en fonte séparées par des rouleaux de dilatation.

Lorsque les poutres atteignent 18 mètres de portée, il est prudent de faire reposer les appuis mobiles sur des rouleaux, parce que l'allongement de dilatation correspondant à cette longueur est assez grand pour déterminer des grippements dans des appuis ordinaires à glissières.

II. — *Calcul des poutres maîtresses.*

Portée admise . . . . . $19^m = l$.

Charge permanente par mètre courant de poutre $725^{kg} = p$.

Plusieurs méthodes que nous connaissons déjà, peuvent être employées pour déterminer la courbe des moments fléchissants développés dans les poutres par le passage de la surcharge roulante.

La première est celle qui procéderait par le calcul de ces moments en chaque point de la poutre, mais cette méthode deviendrait ici bien compliquée.

La seconde, c'est la méthode par la statique graphique; cette méthode a déjà été développée pages 55 à 56. Elle est facile, assez rigoureuse et donne des résultats que l'on peut aisément contrôler.

La troisième, c'est la méthode dite du P. L. M.; c'est-à-dire celle qui est appliquée à la Compagnie des chemins de fer de Paris-Lyon-Méditerranée.

Cette méthode, qui a été développée dans la *Revue générale des Chemins de fer* du 3 mars 1892 par M. Jules Michel, Ingénieur en chef de la voie à cette Compagnie, est due à M. H. Gascougnolle, Inspecteur principal du Service de la voie à cette même Compagnie; nous allons l'indiquer ci-après.

III. — *Méthode dite du P. L. M.* (fig. 5, planche 8).

La méthode du P. L. M. employée pour déterminer les moments fléchissants produits par une surcharge roulante est approximative, mais elle est très simple et rapide. Elle remplace la courbe effective des moments fléchissants maxima, qui se produisent en tous les points de la portée par

une parabole résultant d'une charge virtuelle uniformément répartie sur le tablier. Cette charge virtuelle p par mètre courant de poutre est, comme l'indique M. Collignon dans les *Annales des Ponts et Chaussées* de janvier 1889, égale à la réaction maximum F de la charge sur un appui, divisée par la moitié de la portée du pont, donc

$$p = \frac{F}{\frac{l}{2}} = \frac{2F}{l}.$$

Ce procédé ne laisse en dehors du tracé aucune partie des paraboles décrites isolément par chaque essieu roulant et donne une parabole dont le sommet correspond à un moment fléchissant notablement supérieur au maximum absolu des efforts produits par la charge roulante elle-même, au milieu de la portée.

Le tracé de cette parabole conduirait donc à un excès de résistance dans la partie centrale de la poutre, par suite à une augmentation inutile de dépense, si l'on s'en servait sans correction pour calculer la répartition des tôles.

Mais on peut, comme l'a démontré M. de Priaudeau, établir avec sécurité l'épure de répartition de résistance non justifiée, tout en conservant le bénéfice de la facilité du tracé

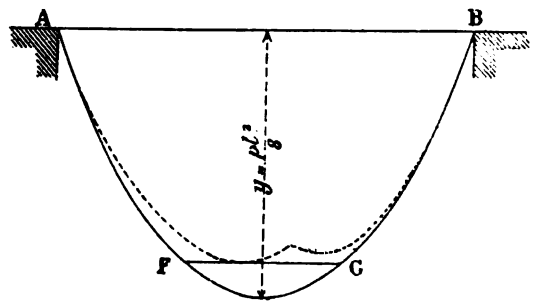


Fig. 64

de la parabole enveloppe basée sur l'hypothèse d'une charge virtuelle uniformément répartie, calculée comme l'indique M. Collignon.

Il suffit pour cela de connaître le maximum absolu de tous

Tableau servant au calcul des Poutres par la méthode P. L. M.

Portée des Poutres en mètres (1)	Surcharge uniformément répartie — Par mètre courant de simple voie	Par mètre courant de file de rails (2)	Nombre de roues produisant le moment fléchissant maximum (3)	Portée correspondante au changement du nombre de roues (4)	Numéro de la roue correspondant au moment fléchissant maximum et distance de cette roue à droite ou à gauche de l'axe de la Travée. (5)			Moment fléchissant maximum correspondant à la charge d'une file de rails (6)	Réaction maximum sur les appuis (7)	Charge totale par file de rails produisant le moment fléchissant maximum (8)
		kg				m		km	kg	kg
5m	14.336	7.168	4		2	0,300	G	18.704	17.920	28.000
6	13.066	6.533	4		2	0,300	G	25.620	19.600	28.000
7	11.886	5.943	4		2	0,300	G	32.560	20.800	28.000
8	10.850	5.425	4		2	0,300	G	39.515	21.700	28.000
9	10.192	5.096	4		2	0,300	G	46.480	22.933	28.000
10	9.616	4.808	4		2	0,300	G	53.452	24.040	28.000
11	9.130	4.565	4		2	0,300	G	60.429	25.109	28.000
12	8.784	4.392	5	11m,608	3	0,2647	G	67.998	26.350	34.000
13	8.430	4.215	5	13m,940	3	0,2647	G	76.483	27.400	34.000
14	8.086	4.043	6		8	0,300	G	85.057	28.300	40.000
15	7.754	3.877	6		8	0,300	G	95.040	29.080	40.000
16	7.518	3.759	6	16m,597	8	0,300	G	105.025	30.070	40.000
17	7.356	3.678	7		8	0,2804	D	115.612	31.270	46.000
18	7.256	3 628	7	18m,963	8	0,2804	D	127.100	32.650	46 000
19	7.194	3.597	8		8	0,300	G	138.646	34.179	52 000
20	7.174	3.587	8		8	0,300	G	151.634	35.870	52.000
21	7.122	3.561	8		8	0,300	G	164.622	37.400	52.000
22	7.052	3.526	8		8	0,300	G	177.613	38.791	52.000
23	6.980	3.490	8		8	0,300	G	190.603	40.060	52.000
24	6.904	3.452	8		8	0,300	G	203.595	41.433	52.000

[illegible]	[illegible]	[illegible]	10	[illegible]	8	1,1954	D	245.893	45.200	66.000
28	6.634	3.317	12	27m,769	7	1,7775	D	263.027	46.442	80.000
29	6.564	3.282	12		7	1,7775	D	282.715	47.600	80.000
30	6.498	3.249	12		7	1,7775	D	302.425	48.746	80.000
31	6.434	3.217	12		7	1,7775	D	322.153	49.877	80.000
32	6.368	3.184	13	31m,527	7	1,3548	D	342.417	50.950	84.000
33	6.304	3.152	13		7	1,3548	D	363.235	52.011	84.000
34	6.244	3.122	13		7	1,3548	D	384.134	53.070	84.000
35	6.178	3 089	13		7	1,3548	D	405.005	54.066	84.000
36	6.118	3.059	13		7	1,3548	D	425.882	55.063	84.000
37	6.060	3.030	14	36m,651	7	0,9022	D	447 136	56 061	88.000
38	6.000	3.000	14		7	0,9022	D	469.085	57.007	88.000
39	5.948	2.974	14		7	0,9022	D	491.037	57.958	88 000
40	5.890	2.945	14		7	0,9022	D	512.991	58.910	88.000
41	5.834	2.917	15	40m,995	8	1,0239	D	534.952	59.814	92.000
42	5.782	2.891	15		8	1,0239	D	557.896	60.724	92.000
43	5.732	2 866	15		8	1,0239	D	580.842	61.637	92.000
44	5.682	2.841	15		8	1,0239	D	603 792	62.509	92.000
45	5.634	2.817	15		8	1,0239	D	626 743	63.386	92.000
46	5.588	2.794	16	45m,541	8	0,5229	D	650 170	64 269	96.000
47	5.540	2.770	16		8	0,5229	D	674 158	65.115	96.000
48	5.496	2.748	16		8	0,5229	D	698.146	65.966	96.000
49	5.554	2.727	16		8	0,5229	D	722.135	66.825	96.000
50	5 412	2.706	16		8	0,5229	D	746.125	67.648	96.000
51	5.370	2.685	17	50m,517	8	0,002	D	770.600	68.478	100.000
52	5.330	2.665	17		8	0,002	D	795 600	69.315	100.000
53	5.292	2.646	17		8	0,002	D	820.600	70.120	100.000
54	5.252	2.626	17		8	0,002	D	845.600	70.933	100.000
55	5.216	2.608	17		8	0,002	D	870.600	71.752	100.000
56	5.180	2.590	18	55m,460	8	0,5365	G	896.134	72.542	104.000
57	5.146	2.573	18		8	0,5365	G	922.123	73.338	104.000
58	5.112	2.556	18		8	0,5365	G	948.114	74.144	104.000
59	5.078	2.539	18		8	0,5365	G	974.106	74.922	104.000
60	5.046	2.523	18		8	0,5365	G	1.000.098	75.707	104 000
65	4.896	2.448	19		9	»		1.132.510	79.575	108 000
70	4 764	2.382	19		9	»		1 272.000	83.377	108.000
75	4.650	2.325	»		9	»		1.415.400	87.165	»
80	4.538	2.269	»		9	»		1.562.800	90.780	»

les moments fléchissants produits par le passage de la charge roulante sur le pont et de couper la parabole

$$y = \frac{pl^2}{8},$$

par une horizontale dont l'ordonnée est précisément égale au moment fléchissant maximum calculé.

La parabole enveloppe peut alors être remplacée par le contour AFGB (fig. 64) comprenant deux arcs de parabole et une parallèle à l'axe de la poutre. La forme aplatie du contour AFGB au milieu de la portée du pont correspond d'ailleurs, d'une manière satisfaisante, à l'épure de répartition des tôles, qui implique nécessairement une feuille de tôle au milieu de la portée et une résistance constante sur toute la longueur de cette tôle.

Or, le tableau ci-dessus, donne, pour les ponts de chemin de fer à une travée, de mètre en mètre, entre 5 et 70 mètres d'ouverture, tous les renseignements nécessaires pour construire l'épure des mouvements fléchissants. Ce tableau est calculé pour le train-type défini et représenté dans la circulaire ministérielle. Ce train est composé d'une locomotive de 56 tonnes suivie d'un tender de 24 tonnes, d'une deuxième locomotive avec son tender du même poids que les précédents, puis d'une série de wagons à marchandises du poids de 24 tonnes chacun ; ainsi d'ailleurs que le représente la figure n° 30 du règlement ministériel.

La colonne 1 de ce tableau indique la portée des ponts en mètres. La colonne 2 indique la charge uniformément répartie par mètre courant de file de rail, donnant la parabole enveloppe de tous les moments fléchissants.

Col. 3. — Le nombre de roues du train produisant, comme charge roulante, le moment fléchissant maximum ;

Col. 4. — La portée pour laquelle le moment fléchissant maximum produit par un certain nombre de roues, placées dans la position la plus défavorable, est le même que celui qui est produit par le nombre de roues immédiatement supérieur ;

Col. 5. — Le numéro de la roue du train sous laquelle le

moment est maximum et la position gauche ou droite de cette roue, par rapport à l'axe de la travée. (*Remarquer à ce sujet que tous les essieux du train-type sont numérotés sur la circulaire ministérielle*) ;

Col. 6. — Le moment fléchissant maximum correspondant à cette position du train-type sur le tablier du pont ;

Col. 7. — Les réactions maxima, sur les appuis ;

Col. 8. — La charge totale (non compris la charge permanente) qui, appliquée à une file de rails, produira le moment fléchissant maximum.

On remarquera que *les moments fléchissants sont obtenus en ne tenant compte que de la surcharge roulante et non du poids permanent par mètre linéaire.*

Le moment provenant de la charge permanente sera ajouté au moment de la surcharge, comme on le fait d'ordinaire [1].

L'application des données de ce tableau à notre pont, nous indique que, pour une portée de 19 mètres, la charge virtuelle uniformément répartie p_1 par mètre courant, qui donnera la parabole des moments maxima est de 3597^{kg} ; l'ordonnée du milieu est donc :

$$\frac{p_1 l^2}{8} = \frac{3597 \times \overline{19,00}^2}{8} = 162314^{kgm}.$$

Cette ordonnée permet de tracer la parabole ABC (fig. 5, pl. 8) ; mais comme le tableau nous indique que le moment fléchissant maximum absolu, produit par le passage de la charge roulante sur le tablier n'est que de $138646^{kgm} = \mathfrak{M}$, la parabole ci-dessus, sera coupée par la ligne DE, correspondant à une ordonnée de 138646 et la figure représentative de tous les moments dus à la charge roulante est alors le contour ADEC.

Aux ordonnées de cette courbe, il convient d'ajouter les moments fléchissants provenant de la charge permanente de la poutre, qui est de $725^{kg} = p$.

(1) Les calculs sont faits pour un pont à une voie et où chaque poutre supporte la charge correspondante à une seule file de rails. Les chiffres des colonnes 2, 6, 7 et 8, devront être doublés, s'il s'agit d'un projet de pont dont le tablier porte deux voies, ou bien s'il s'agit d'une poutre intermédiaire commune à deux voies.

Cette charge donne des moments fléchissants représentés par la parabole AFC, dont l'ordonnée du sommet

$$\mathcal{M}' = \frac{pl^2}{8} = \frac{725 \times \overline{19,00}^2}{8} = 32716^{km}.$$

La totalisation des ordonnées correspondantes dans la figure ADEC et dans la parabole AFC, donne la courbe enveloppe AGHIC, dont l'ordonnée du milieu est :

$$M = \mathcal{M} + \mathcal{M}' = 138646 + 32716 = 171^{kgm}362.$$

C'est le moment fléchissant maximum au milieu de la portée, dû à l'action combinée de la surcharge roulante et de la charge permanente.

La section nette de la poutre avec deux semelles, dont une de 10^{mm} et une de 9^{mm} donne (fig. 65)

$$\frac{I}{v} = \frac{(0,36 - 0,044)\overline{1,788}^3 - (0,36 - 0,044 - 0,19)\overline{1,75}^3}{6 \times 1,788}$$
$$- \frac{0,156 \times \overline{1,726}^3 - 0,034(\overline{1,672}^3 - \overline{1,628}^3)}{6 \times 1,788}$$
$$- \frac{0,024 \times \overline{1,57}^3 - 0,01 \times \overline{1,105}^3}{6 \times 1,788} = 0,020585.$$

Le travail du métal au milieu est donc par millimètre carré :

$$R = \frac{171362}{20585} = 8^k,32.$$

La longueur de la dernière semelle se détermine graphiquement, par le procédé ordinaire, en remarquant que le moment résistant ou anti-fléchissant, de la section de la poutre, avec deux semelles est

$$\frac{RI}{v} = 20585 \times 8,5 = 174973^{kgm};$$

puisque la résistance admise pour les poutres en acier doux est de $8^k,50$ par millimètre carré.

Enfin, avec une seule semelle de 10^{mm} d'épaisseur

$$\frac{I'}{v'} = 0,01572,$$

et le moment résistant :

$$\frac{RI'}{v'} = 15720 \times 8,5 = 133620.$$

Ces données suffisent pour déterminer, sur l'épure elle-

même, la longueur à donner à la dernière semelle.

Cette longueur de 11^{m},40 eût été un peu moindre, dans l'épure de détermination des moments fléchissants, par la seconde méthode, c'est-à-dire par la statique graphique, mais le supplément de poids des poutres résultant de l'application de la méthode rapide P. L. M. par rapport à la méthode exacte, se borne à la différence de poids résultant de la différence de longueur des semelles additionnelles.

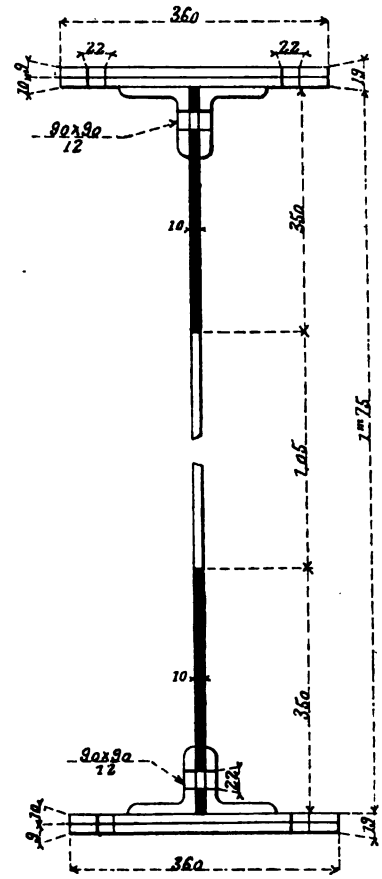


Fig. 65

Or, l'augmentation du poids du tablier, résultant de ce fait, dit M. Jules Michel, n'excède pas un pour cent du tonnage total de l'ouvrage. Il n'y a donc pas lieu de s'en préoccuper et, eu égard à la rapidité de cette solution, il vaut mieux, en fin de compte, adopter la méthode approximative mais très rapide du P. L. M. Ajoutons enfin, qu'elle se rapproche d'autant plus de la méthode exacte que la portée du pont est plus grande.

IV. *Calcul des treillis.* — La courbe figurative des efforts tranchants (fig. 6, Pl. 8), est construite d'après la méthode développée pages 48 à 50 en représentant sur la poutre les 10 premières roues du train type, s'avançant progressivement sur le tablier et en plaçant la roue 1 sur la culée de gauche.

L'effort tranchant maximum sur cette culée est alors représenté par l'ordonnée AD = 34 200^{kg} à laquelle on ajoute l'effort tranchant AC provenant de la charge uniformément répartie par mètre courant de poutre $p = 725^{kg}$, qui donne

$$\frac{pl}{2} = \frac{725 \times 19}{2} = 6887^{kg},50.$$

Les efforts tranchants positifs et négatifs sur la portée et résultant de cette charge p sont représentés par la droite CE. L'effort tranchant total maximum sur la culée et résultant de l'action combinée de la charge permanente et de la surcharge roulante, est donc représenté par l'ordonnée DC, dont la valeur numérique est :

$$T = 34200 + 6887,50 = 41\,087^{kg},50.$$

Puisqu'une section verticale en un point quelconque de la longueur de la poutre coupe trois barres de treillis, l'effort tranchant en ce même point, qui devra être équilibré par chaque barre sera le tiers de l'effort tranchant total. On calculera donc chaque barre, de chaque panneau, en divisant par 3, l'effort tranchant vertical maximum dans ce panneau.

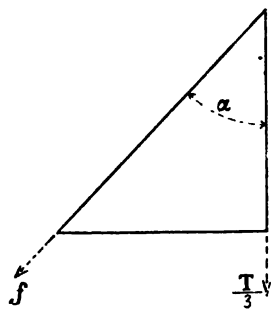


Fig. 66

Enfin, on remarquera (fig. 66), que l'effort vertical sur une barre est équilibré par un effort

$$\frac{T}{3 \cos \alpha} = f,$$

dirigé suivant l'inclinaison de cette barre et que f est précisément donné sur l'épure (fig. 6) de la Planche 8. Dans cette épure, la portée de la poutre est divisée par panneau et les obliques *ac*, *df*, *gi*, *jl*, *mo*, correspondent à chacune des ordonnées *ab*, *de*, *gh*, *jk*, et *mn*, prises sur le milieu de la longueur du panneau considéré. Le tableau ci-après résume les résulats donnés par l'épure; il donne, en outre, l'effort sur chaque barre, le travail moléculaire de chacune d'elles et la section nette de ces barres.

On remarque dans ce tableau que dans les panneaux

NUMÉROS des panneaux	T Effort tranchant total et moyen dans ce panneau	EFFORT suivant chaque barre	COMPOSITION de la barre	SECTION nette de chaque barre Ω	TRAVAIL par millimètre carré	NOMBRE de rivets d'attache
1	38500	$\frac{51500}{3} = 17167^{kg}$		2359 m/m²	$7^{kg},28$	9 rivets de 20 m/m
2	31000	$\frac{41900}{3} = 13970$		2038	6,85	8 — d° — 20
3	25000	$\frac{33600}{3} = 11200$		1820	6,15	6 — d° — 20
4	19200	$\frac{26000}{3} = 8666$		1474	5,88	5 — d° — 18
5	14000	$\frac{19000}{3} = 6333$	— d° —	— d° —	4,50	4 — d° — 18

extrêmes 1, 2 et 3 de la poutre, le travail des barres varie de $7^k,28$ à $6^k,15$, tandis que dans les panneaux 4 et 5 du centre, le travail s'abaisse à $5^k,88$ et même $4^k,50$. Ces coefficients sont sensiblement conformes aux indications de l'article 2 du règlement, qui dit que le travail sera de $6^k,00$ pour l'acier dans les barres de treillis, qui sont soumises à des efforts alternatifs d'extension ou de compression, « mais que ces limites pourront néanmoins être rapprochées de $7^k,50$, dans les pièces qui sont soumises à de faibles variations de ces efforts ».

Or, d'après ce qu'on a vu au § 4 du chapitre II, les barres de treillis d'un même panneau ne sont soumises à des efforts alternatifs d'extension et de compression, que dans la section médiane d'une poutre, mais dans les sections extrêmes, les barres sont, les unes constamment soumises à la compression et les autres constamment soumises à des efforts d'extension.

Les rivets qui attachent ces barres, travaillent à des coefficients, qui sont sensiblement les $\frac{4}{5}$ de $7^k,28$ et de $6^k,00$, ainsi que le prescrit le règlement.

V. — *Calcul des longerons.*

Données. — Portée admise dans les calculs. . $l = 1^m,89$

La charge permanente par mètre courant est répartie comme suit :

Métal.	62^{kg}
Parquet métallique	70
Traverses et rail	78
	$210^{kg} = p$.

Le croquis après montre bien que le longeron peut contenir à la fois deux roues du train type, mais que le plus grand moment est déterminé lorsqu'une seule roue est arrivée au milieu de la portée. Comme d'après le dernier paragraphe de l'article 4 du règlement, cette roue doit être considérée comme pesant 10 tonnes, le moment total au milieu du longeron est :

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8} = \frac{10000 \times 1,89}{4} + \frac{210 \times \overline{1,89}^2}{8} = 4819,$$

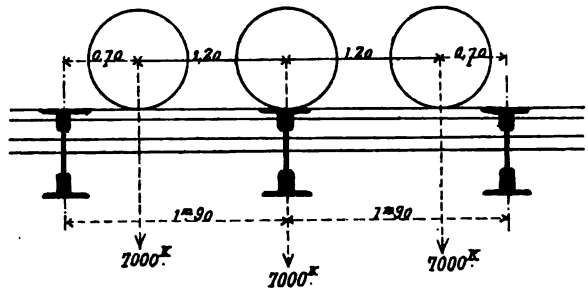


Fig. 67

et comme la section ci-contre du longeron donne

$$\frac{I}{v} = 0,000719,$$

pour la section nette ;

$$R = \frac{4819}{719} = 6^{kg},71,$$

par millimètre carré.

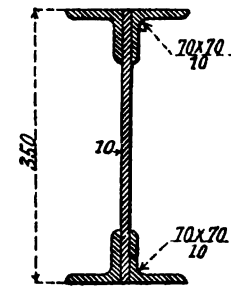


Fig. 68

VI. — *Calcul des pièces de pont.*

Données. — Écartement des pièces de pont. . $1^m,90$
Portée admise dans les calculs. . . . . $l = 4^m,38$
Charge permanente par mètre courant. Poids propre . . . . . 145^{kg}

Le moment de plus grande fatigue est produit par le passage d'une locomotive, lorsque trois roues sont dans la position indiquée par la figure 69 et que l'une d'elles est arrivée à l'aplomb de la pièce de pont considérée.

La résultante des charges aux attaches des longerons est alors (fig. 67) :

$$Q = 7000 + 7000 \times \frac{0,70}{1,90} \times 2 = 12158^{kg}.$$

Ces attaches ont encore à porter le poids d'un longeron avec la portion de parquet et de voie que celui-ci supporte lui-même, soit

$$210 \times 1,89 = 397^{kg}.$$

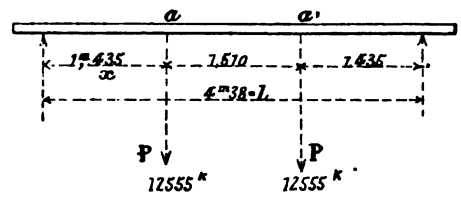


Fig. 69

On a donc en a et a' deux charges égales à :

$$12158 + 397 = 12555^{kg} = P.$$

Le moment fléchissant total au milieu de la pièce de pont sera :

$$M = Px + \frac{pl^2}{8},$$

en remplaçant :

$$M = 12555 \times 1,435 + \frac{145 \times \overline{4,38}^2}{8} = 18364^{kgm}.$$

Or, la section ci-contre (fig. 70) de la pièce donne:

$$\frac{I}{v} = 0,002655,$$

donc

$$R = \frac{18364}{2655} = 6^{kg},91.$$

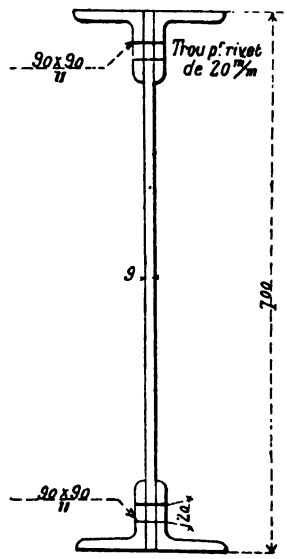


Fig. 70

Ce travail moléculaire est inférieur à celui de $7^{kg},50$, prescrit comme limite pour les pièces de pont en acier.

VII. — *Travail des panneaux sur culées.* — Pour résister

à la réaction qui tend à écraser la poutre sur ses appuis, il y a lieu de vérifier si la section horizontale du panneau, au droit de ces appuis, est suffisante. Or, on a vu ci-dessus que l'effort tranchant maximum sur la culée était :

$$T = 41\,087^{kg},50.$$

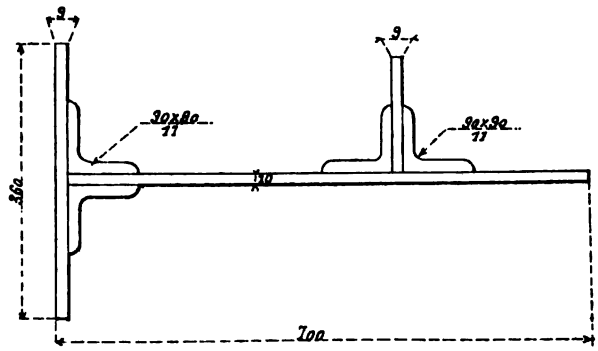


Fig. 71

La poutre présente, au droit des plaques d'appui, la section horizontale (fig. 71) pour laquelle :

$$\Omega = 18300 \text{ millimètres carrés.}$$

d'où

$$R = \frac{41\,087}{18\,300} = 2^{kg},24.$$

VIII. — Avant de terminer ce paragraphe, nous devons dire qu'en employant des procédés graphiques analogues à celui que nous avons développé aux pages 55 et 56, ou bien à l'aide de calculs laborieux, quelques auteurs ont composé des barêmes qui permettent de construire rapidement les courbes représentant les plus grands moments fléchissants dans toutes les sections des poutres d'un pont à une seule travée et soumises à la surcharge roulante du train type. Le plus complet de ces barêmes que nous connaissions est dû à MM. Hausser et Cunq à qui nous avons emprunté une méthode graphique dans les calculs du pont de 8 mètres d'ouverture.

§ IV.

Considérations générales sur les poutres à treillis.

I. — Les diagonales qui relient la membrure supérieure à la membrure inférieure d'une poutre à treillis sont soumises, les unes, à des efforts de traction, les autres à des efforts de compression ; l'examen des figures ci-après fera bien ressortir la différence de la nature de ces efforts.

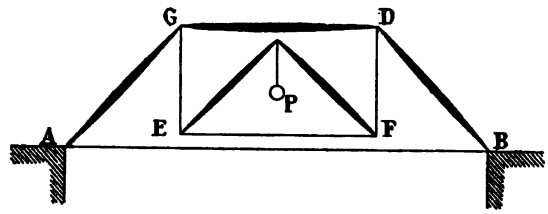


Fig. 72

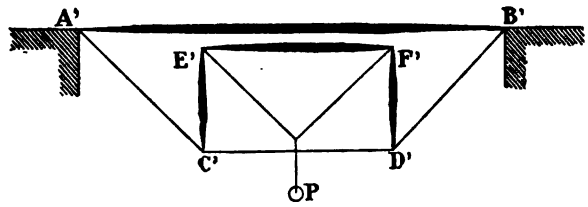


Fig. 73

En considérant deux systèmes articulés, disposés suivant (fig. 72 et 73), pour supporter une charge P, on voit immédiatement les barres qui sont soumises à un travail de tension et les barres soumises à la compression.

Les traits fins représentant les pièces tendues et les traits de force les pièces comprimées, on remarque sur ces figures que CD est comprimé, tandis que C'D' est tendu, AC est comprimé, tandis que A'C' est tendu, etc.

La combinaison des deux systèmes (fig. 74) fait voir que

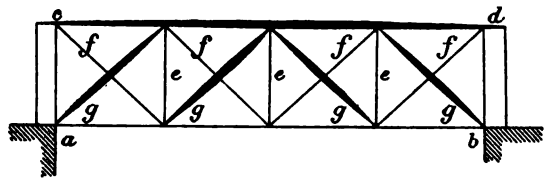


Fig. 74

la table inférieure *ab*, et les diagonales *f* travaillent à la traction et que la table supérieure *cd* et les diagonales *g* agissent par compression.

Qu'enfin, les montants *c* travaillent tantôt à l'extension

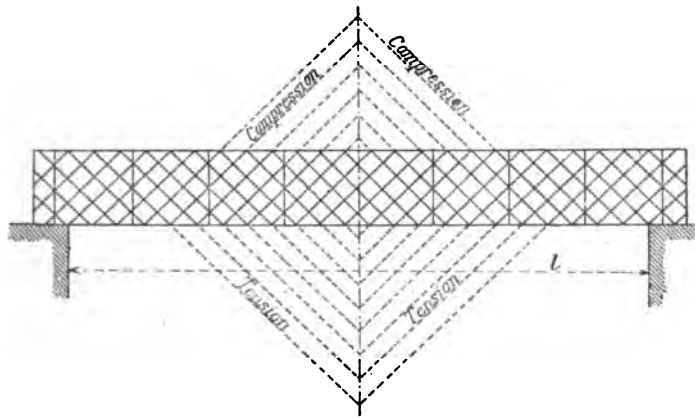


Fig. 75

et tantôt à la compression, selon que la poutre est du type de la figure 72 ou du type de la figure 73.

Donc, d'une manière générale, dans une poutre à treillis, la série des barres symétriquement placées, par rapport au milieu de la portée qui, prolongées, convergent au-dessus de la poutre sont comprimées ; tandis que la série des barres symétriquement placées par rapport au milieu de la poutre qui, prolongées, convergent en bas, sont tendues. (Voir fig. 75.)

Comme conséquence, on devra, lorsque les barres com-

primées auront une assez grande longueur, leur donner une forme et une section suffisantes pour empêcher les déformations que pourrait produire cette compression.

Si l'on veut obtenir un aspect convenable pour l'œil, en même temps que toute l'économie désirable au point de vue de l'emploi du métal, les poutres maîtresses des ponts métalliques doivent avoir une hauteur variant du $\frac{1}{9}$ au $\frac{1}{12}$ de leur portée. Le rapport qui sert de règle est $\frac{1}{10}$; c'est celui qu'il faut tâcher d'appliquer le plus souvent possible.

II. — *Types de poutres à treillis.* — Nous avons indiqué à la Planche n° 9, les divers types de poutre à treillis les plus usités. On remarquera que l'inclinaison des barres est d'environ 45° ; cette inclinaison ne doit pas être dépassée, mais, pour le coup d'œil et pour l'économie du métal, il faut s'en rapprocher le plus possible. Les figures 1 et 2 représentent les poutres à treillis en N, dans lesquelles les traits de force indiquent la membrure et les barres de treillis comprimées et les traits fins, la membrure et les barres tendues.

La figure n° 3 représente la poutre *Warren* ou à triangles isocèles ; les pièces comprimées et tendues y sont également indiquées.

Les figures 4, 5, 6 et 7 représentent des poutres à treillis multiples ou treillis croisés. Parmi elles, la poutre représentée par la figure 5 porte des montants, qui servent à la raidir au droit des entretoises, mais qui n'interviennent pas pour la résistance aux efforts tranchants. Dans les poutres très hautes, ces montants doivent cependant s'opposer à leur déversement et résister à l'action horizontale du vent en transmettant au contreventement inférieur, l'effort du vent sur la moitié supérieure de la paroi.

Les figures 8 et 9 de cette même planche indiquent des types de couvre-joints d'âme, de semelles et de cornières de poutres.

III. — *Couvre-joints d'âme.* — Le couvre-joint d'âme (fig. 9), s'il est posé d'un seul côté de l'âme d'une poutre, doit avoir une section au moins égale à celle de la section

de l'âme sur laquelle il s'applique. Si on met un couvre-joint de chaque côté, ce qui se fait généralement, comme l'indique la coupe en plan, la section des deux couvre-joints réunis est égale environ aux $\frac{5}{4}$ de la section courante de l'âme. Et puisque la hauteur de ces couvre-joints est moindre que celle de l'âme, on en conclut, *à priori*, que l'épaisseur de chaque couvre-joint est plus grande que la demi-épaisseur de l'âme courante.

IV. — *Couvre-joints de semelles.* — Les couvre-joints de semelles (fig. 8) doivent avoir une largeur égale à celle des semelles et une épaisseur égale au moins, à celle de la semelle la plus épaisse sur laquelle ils s'appliquent. Lorsqu'une poutre a plusieurs semelles, les couvre-joints de deux semelles superposées se font généralement en escalier à des intervalles de trois ou quatre rivets, comme figure 8.

Pour la rivure, on suivra la règle ci-après :

Le nombre des rivets entre deux joints consécutifs de semelle devra correspondre à une section équivalente aux $\frac{5}{4}$ *de la section nette de la plus forte des deux semelles.*

D'un joint extrême à l'extrémité du couvre-joint, la section des rivets équivaudra aux $\frac{5}{4}$ *de la section nette de la semelle interrompue dans ce joint.*

La résistance des rivets, pour joint de semelle a été vérifiée pratiquement à la page 113.

V. — *Couvre-joints de cornières.* — Dans le cas où les joints des deux cornières d'une membrure de poutre sont en face l'une de l'autre, les couvre-joints devront avoir une section aussi grande que les cornières, et d'un joint à l'extrémité du couvre-joint, la section des rivets fixant chaque couvre-joint sera équivalente aux $\frac{5}{4}$ de la section nette de la cornière courante.

Dans le cas le plus général, on ne peut pas toujours placer aisément des couvre-joints d'une section aussi grande

que celle des cornières ; alors les joints ne sont plus en face l'un de l'autre et sont disposés, comme l'indique la figure 9 de la Planche 9, à un intervalle de 3 divisions de rivets environ, de façon que *la section totale des rivets, dans la partie des ailes verticales, comprises dans l'intervalle cd des deux joints, soit égale aux* $\frac{8}{5}$ *de la différence entre la section nette de la cornière courante et la section nette de la cornière couvre-joint.*

Ce qu'on peut représenter par la formule

$$n_v\omega = \frac{8}{5}(\Omega - \Omega_j).$$

Quant à la section de la cornière couvre-joint, elle sera égale à la différence entre la section nette de la cornière courante et les $\frac{5}{8}$ *de la section totale des rivets des ailes verticales, compris dans l'intervalle des deux joints. Cela peut se traduire par la formule*

$$\Omega_j = \Omega - \frac{5}{8} n_v\omega.$$

Dans ces deux formules :

Ω représente la section d'une cornière courante ;

Ω_j — d° — d° d'un couvre-joint ;

n_v — d° — le nombre de rivets dans l'aile verticale, compris dans l'intervalle *cd* des deux joints ;

ω — d° — la section d'un rivet.

CHAPITRE SIXIÈME

PONTS MÉTALLIQUES A PLUSIEURS TRAVÉES SOLIDAIRES

Les calculs des ponts à plusieurs travées solidaires se font de deux manières :

1° Par la solution analytique; en appliquant le Théorème des trois moments;

2° Par la Statique graphique.

La méthode analytique nous conduit à rappeler le *Théorème des trois moments*, dont voici l'énoncé :

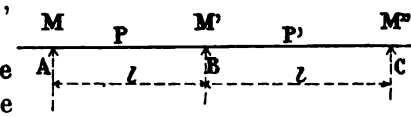


Fig. 76

Lorsqu'une poutre repose sur un nombre quelconque d'appuis de même niveau, si l'on considère trois appuis consécutifs A, B, C, et qu'on appelle l, l' les portées AB, BC comprises entre ces appuis, M, M', M'' les valeurs des moments fléchissants sur ces appuis, enfin si p et p' sont les charges par unités de longueur supposées uniformément réparties dans les deux travées AB et BC, les moments M, M', M'' sont liés par la relation linéaire :

$$lM + 2(l + l')M' + l'M'' = \frac{1}{4}(pl^3 + p'l'^3),$$

dans laquelle les moments ne sont déterminés qu'en fonctions de p, p' et de l, l'.

Si donc on a une poutre continue et de section constante reposant sur un nombre quelconque d'appuis de même ni-

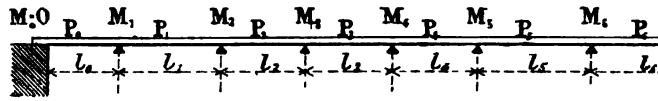


Fig. 77

veau, les équations qui feront connaître les moments fléchissants sur les appuis successifs seront :

$$l_0M_0 + 2(l_0 + l_1)M_1 + l_1M_2 = \frac{1}{4}(p_0l_0^3 + p_1l_1^3),$$

$$l_1M_1 + 2(l_1 + l_2)M_2 + l_2M_3 = \frac{1}{4}(p_1l_1^3 + p_2l_2^3),$$

$$l_2M_2 + 2(l_2 + l_3)M_3 + l_3M_4 = \frac{1}{4}(p_2l_2^3 + p_3l_3^3),$$

$$l_3M_3 + 2(l_3 + l_4)M_4 + l_4M_5 = \frac{1}{4}(p_3l_3^3 + p_4l_4^3),$$

$$l_4M_4 + 2(l_4 + l_5)M_5 + l_5M_6 = \frac{1}{4}(p_4l_4^3 + p_5l_5^3),$$

Ce groupe d'équations qu'on appelle formules Clapeyron, permettent de déterminer successivement les quantités M_1, M_2, M_3, M_4, ... en ayant soin de remarquer que pour N travées, on a $M_0 = 0$ et $M_n = 0$.

Pour la détermination du moment μ en un point quel-

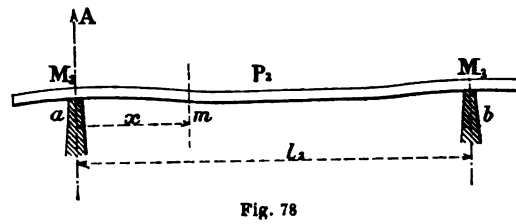


Fig. 78

conque m d'une travée, on remarquera que l'équilibre des moments en ce point est (fig. 78) :

$$\mu = M_2 + \frac{p_2x^2}{2} - Ax. \qquad (1)$$

A représentant la réaction ou effort tranchant sur l'appui a

dû à l'action de la travée ab. — (Cette formule se vérifie aisément, car pour $x = 0$ on a bien $\mu = M_2$.)

On élimine A dans la formule (1) en faisant $x = l$, ce qui donne :

$$\mu = M_3 = M_2 + \frac{p_2 l_2^2}{2} - A l_2,$$

d'où l'on tire :

$$A = \frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}$$

et en substituant dans (1)

$$\mu = M_2 + \frac{p_2 x^2}{2} - \left(\frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}\right) x. \quad . \quad . \quad (2)$$

qui est la formule générale donnant le moment fléchissant en fonction de x, en un point quelconque de la travée.

Le moment fléchissant maximum dans cette travée s'obtient en remarquant que μ devient maximum quand x est maximum ; mais qu'on a alors :

$$A = p_2 x \qquad \text{d'où} \qquad x = \frac{A}{p_2} = \frac{l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{p_2 l_2}.$$

Substituant dans (2), développant et réduisant :

$$\mu = \frac{M_2 + M_3}{2} - \frac{(M_3 - M_2)^2}{2 p_2 l_2^2} - \frac{p_2 l_2^2}{8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Telle est la formule qui donne directement le moment fléchissant maximum dans la travée.

L'effort tranchant en un point quelconque distant de x de l'appui est encore égal à la dérivée du moment fléchissant en ce même point.

$$A_x = d\mu_x,$$

donc

$$A_x = d\left[M^2 + \frac{p_2 x^2}{2} - \left(\frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}\right) x\right]$$

$$= p_2 x - \frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}$$

et sur l'appui où $x = 0$, A_x devient :

$$A = \frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l^2},$$

valeur trouvée ci-dessus.

Passons immédiatement aux applications.

§ I.

Pont à deux travées de 74m,00 d'ouverture totale, portant deux voies ferrées (métal acier).

(Planches 10, 11 et 12.)

I. — *Description sommaire.*

Ce pont a une longueur totale de 74m,00 entre culées; il est à deux travées inégales dont l'une a 34m,20 et l'autre 41m,80 d'axe à axe des apuis. La nature du terrain du lit de la rivière qu'il franchit, a déterminé la position la plus favorable pour la construction de la pile; de là l'obligation de faire des travées inégales.

Le tablier, tout en acier doux, comprend deux poutres à treillis de 4m,144 de hauteur espacées de 7m,85 d'axe à axe et reliées entre elles par des pièces de pont en tôles et cornières de 0m,65 de hauteur, placées à leur partie supérieure, aux écartements de 3m,80. La hauteur libre sous poutre étant grande, on a eu avantage, pour diminuer les dépenses de maçonnerie, à construire la pile et les culées le moins haut possible; on a été ainsi amené à placer les voies à la partie supérieure des poutres du tablier.

Un cours de longerons règne sous chacune des quatre files de rails entre les pièces de pont, avec lesquelles ils s'assemblent solidement.

Les pièces de pont sont supportées, en leur milieu, par des jambes de force en forme de fers en ⊔ juxtaposés, qui s'appuient sur la membrure inférieure des poutres. Cette disposition a permis de diminuer la section des pièces de pont. Un plancher en tôle striée, règne sur toute la longueur du tablier; il se fixe sur les pièces de pont, sur les longerons, ainsi que sur des fers à I de 220 × 100 × 7, qui courent parallèlement aux poutres, dans les intervalles de deux longerons.

Les rails sont posés sur des traverses, attachées solidement au parquet.

Des garde-corps sont boulonnés sur les bords extérieurs des tables de la plate-forme.

Les parties inférieures des poutres principales sont contreventées en diagonales, par des fers cornières, et de plus elles sont contretoisées par des poutrelles légères en treillis et placées au droit des pièces de pont.

II. — *Calcul des longerons.*

Portée : $l = 3^m,79$.

Les longerons sont soumis à deux charges.

1° La charge permanente uniformément répartie sur la pièce, par mètre courant, que l'on peut évaluer ainsi :

Métal du longeron	92^{kg}
Parquet et tôle striée, $1^m,75$ de largeur	96
Traverses et rail	92
$p =$	280^{kg}

2° La charge accidentelle de trois roues de locomotive pouvant se trouver ensemble sur le longeron, dans la position indiquée par la figure 79 ci-contre.

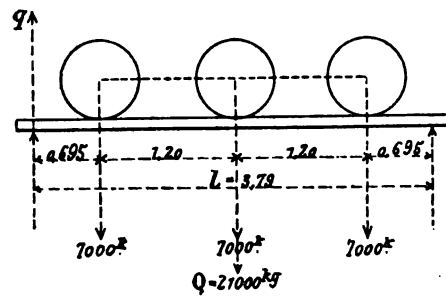


Fig. 79

Le moment fléchissant est maximum sous la roue du milieu de la portée, où il a pour valeur :

$$M = \frac{7000 \times 3,79}{4} + 7000 \times 0,695 + \frac{280 \times \overline{3,79}^2}{8} = 12000^{kgm}.$$

La section ci-contre du longeron donne

$$\frac{I}{v} = 0,001653$$

d'où

$$R = \frac{12000}{1653} = 7^k,26 \text{ par millim. carré.}$$

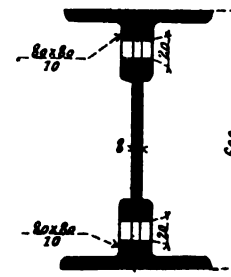


Fig. 80

III. — *Calcul des Pièces de pont.*

Portée : $l = 7^m,84$.

Ecartement : $3^m,80$.

Cette poutre, étant supportée en son milieu, par des jambes de force, peut être considérée comme étant en deux parties, dont l'une, serait figurée par le côté horizontal du triangle ci-contre ABC (fig. 81).

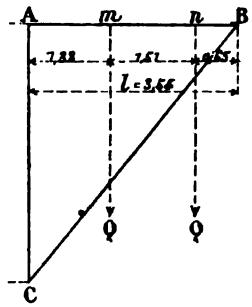


Fig. 81

La portion de poutre AB a $3^m,54$ de portée, et sera considérée comme appuyée à ses deux extrémités et chargée en deux points *m*, *n* de sa longueur, aux attaches des longerons.

Le maximum Q des surcharges qui peuvent s'exercer en ces points, est produit par le passage d'une locomotive, lorsque les quatre roues sont dans la position indiquée par la figure 82.

La résultante du poids des roues à l'attache du longeron est

$$\frac{7000(2,00 + 3,20)2}{3,80} = 19158^{kg}.$$

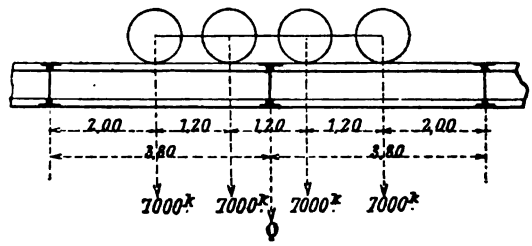


Fig. 82

Cette attache a encore à porter le poids propre d'un longeron et la voie que celui-ci supporte lui-même, soit

$$280 \times 3,80 = 1064^{kg}.$$

Les deux charges égales qui s'exercent en *m* et *n* sont donc

$$19158 + 1064 = 20222^{kg} = Q.$$

D'autre part, la charge uniformément répartie par mètre courant de pièce de pont est la suivante :

Poids propre, métal	140^{kg}
Parquet et fers I du parquet	265
$p =$	405^{kg}

De sorte que la réaction totale q, que ces forces exercent sur l'appui de gauche de la pièce de pont est (fig. 83)

$$q = 20222\left(\frac{2,16 + 0,65}{3,54}\right)$$
$$= 16052^{kg}.$$

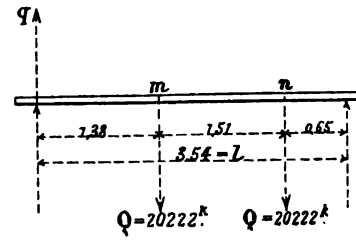


Fig. 83

Le moment fléchissant maximum dans la poutre, dû à cette surcharge, se manifeste au point m et a pour valeur :

$$\mathcal{M} = q \times 1,38.$$

D'autre part, le moment produit au même point et dû à la charge uniformément répartie est

$$\mathcal{M}' = \frac{pl}{2}x - \frac{px^2}{2}.$$

Le moment fléchissant total en m dû à la charge et à la surcharge est donc

$$M = q \times 1,38 + \frac{pl}{2}x - \frac{px^2}{2}$$

ou

$$M = 16052 \times 1,38 + \frac{405 \times 3,54}{2} \times 1,38$$
$$- \frac{405 \times \overline{1,38}^2}{2} = 23527.$$

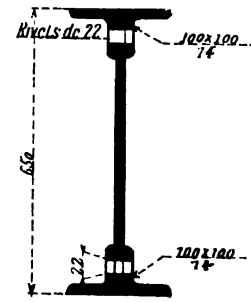


Fig. 84

La section ci-contre de la pièce de pont donne

$$\frac{I}{v} = 0,003059,$$

d'où

$$R = \frac{23527}{0,003059} = 7^{kg},69$$

par millimètre carré.

IV. — *Calcul des fers* I *supportant le platelage métallique.*

Portée : $l = 3^m,79$.

Le fer à I qui est fixé au milieu de la pièce de pont, étant plus que les autres, éloigné des longerons contigus, sera le plus fatigué et servira de base à ces calculs.

Charge permanente par mètre courant de fer I sous platelage :

Tôle striée	$48^{kg},8$
Métal propre	$26^{kg},2$
	$75^{kg},0 = p$

Surcharge (300^{kg} par mètre carré de parquet) $300^{kg} = p'$.

Le moment fléchissant maximum au milieu de la partie est donné par la formule

$$M = \frac{(p+p')l^2}{8} = \frac{(75+300)\overline{3,79}^2}{8} = 673.$$

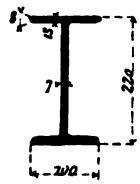


Fig. 85

La section ci-contre du fer I donne

$$\frac{I}{v} = 0,0002236$$

d'où $R = \frac{673}{2236} = 3^{kg},01$ par millimètre carré.

V. — *Calcul des jambes de force* (voir fig. 86).

Les deux surcharges qui agissent aux points *m* et *n* de la

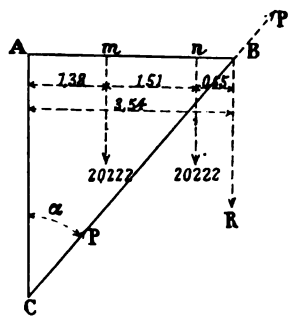


Fig. 86

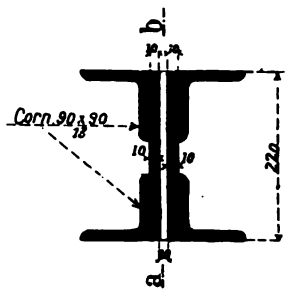


Fig. 87

pièce de pont, combinées à la charge uniformément répartie sur cette pièce, produisent au point d'appui B, une résul-

tante R, qui a pour valeur :

$$R = \frac{405 \times 3,54}{2} + 20\,222\left(\frac{1,51 + 1,38 + 1,38}{3,54}\right),$$

24 392 kilogrammes.

La charge uniformément répartie se compose du poids du parquet et des fers à I sous le platelage, soit, comme on l'a vu, 405^{kg} par mètre courant.

Cette charge en B est équilibrée par une réaction P dirigée suivant CB et qui a pour valeur :

$$P = \frac{R}{\cos \alpha} = \frac{24\,392}{\cos 42^\circ 30'} = 33\,084 \text{ kilog.}$$

La pièce CB, dont la section est de la forme (fig. 87) travaille à la compression et l'effort maximum qu'elle peut supporter sans déformation permanente est donné par la formule :

$$N = \frac{EI\pi^2}{l^2}$$

qui sert à calculer les dimensions des colonnes. Dans cette formule :

E représente le coefficient d'élasticité du métal, soit $20 \times \overline{10}^9$ pour l'acier :

I le plus petit moment d'inertie de la section totale ;

l la longueur de la colonne $= 4^m,60$;

$\pi = 3,1416$.

Or la valeur la plus petite de I pour la section ci-contre, doit être prise par rapport à l'axe *ab*, et alors

$$I = \frac{(0,026 \times \overline{0,105}^3)2 + (0,144 \times \overline{0,028}^3)2}{12}$$

$$+ \frac{(0,04 \times \overline{0,015}^3)2 - (0,22 \times \overline{0,005}^3)2}{12} = 0,000005561,$$

donc

$$N = \frac{20000000000 \times 0,000005561 \times \overline{3,1416}^2}{\overline{4,60}^2} = 51\,825^{kg}.$$

Cet effort, auquel peut résister la pièce sans se déformer,

est supérieur à l'effort de 33084^{kg} auquel elle est réellement soumise.

Ce résultat est d'ailleurs confirmé par la formule de Lowe, que nous avons employée page 116, pour le calcul des barres de treillis et qui, pour le cas où le rapport $\frac{l}{d}$ est, connue ici, compris entre 5 et 30 donne

$$N = \frac{R\Omega}{0,85 + 0,04\frac{l}{d}}$$

dans cette expression :

N est l'effort maximum en kilogrammes, que la colonne peut supporter sans se déformer ;

$$\Omega = 13084^{m^2} ;$$

pour l'acier

$$R = 7^{k},5$$

$$l = 4^{m},60 ;$$

et

$$d = 0^{m},21 ;$$

en remplaçant les lettres par leurs valeurs on a :

$$N = \frac{7,5 \times 13084}{0,85 + 0,04 \times \frac{4,60}{0,21}} = 38200^{kg}.$$

Enfin, on peut employer encore la formule de Schwedler, qui donne un résultat de haute sécurité :

$$N = \frac{R\Omega}{1 + 0,00008\Omega\frac{l^2}{I}}.$$

Les lettres ont les mêmes indications que ci-dessus, mais Ω, R et I sont pris par rapport au mètre carré ; on a en remplaçant :

$$N = \frac{0,013084 \times 7500000}{1 + 0,00008 \times 0,013084\frac{\overline{4,60}^2}{0,000005561}} = 23440^{kg}.$$

Résultat bien faible, pour un métal dont le travail, sans tenir compte de la flexion, ne serait que de

$$\frac{33084}{13084} = 2^{kg},52.$$

On peut donc estimer que la charge de 33084^{kg} sera supportée en toute sécurité par la section donnée aux jambes de force.

Rivets. — Le nombre de rivets qui doivent fixer cette pièce oblique est déterminé par la formule :

$$N = \frac{33084}{2 \times 5 \times \Omega'},$$

en remarquant que dans le mode de fixation des jambes de force, les rivets présentent une double section au cisaillement et devront travailler à 5^{kg} par millim. carré.

En prenant 22 millim. pour diamètre on a

$$\Omega' = 380 \text{ millimètres carrés},$$

d'où

$$N = \frac{33084}{2 \times 5 \times 380} = 8{,}70,$$

soit 9 rivets de $22^{m}/^{m}$.

VI. — *Entretoises inférieures.*

Les entretoises sont des poutrelles en treillis de $0^{m},400$ de hauteur constituées par quatre cornières de $\frac{70 \times 70}{9}$; elles sont fixées aux mêmes goussets qui reçoivent les jambes de force. Ces pièces ont pour but de détruire la poussée produite par les jambes de force sur les poutres pour les écarter.

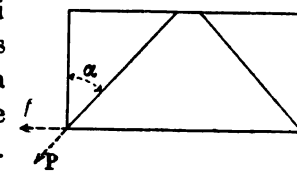


Fig. 88

On a d'après la figure ci-contre :

$$f = P \sin \alpha = 33084 \times \sin 42^{\circ}30' = 22351^{kg}.$$

La section des deux cornières donne :

$$\Omega = 4716^{m/m^2},$$

d'où

$$R = \frac{22351}{4716} = 4^{kg},74.$$

VII. — *Calcul des poutres maîtresses.* — *Méthode du* P. L. M. (pl. 11).

Le calcul des poutres longitudinales se fait rapidement en

remplaçant la surcharge des locomotives et des vagons, par la surcharge virtuelle uniformément répartie par mètre courant de tablier, qui est indiquée au tableau de la page 136, pour les ponts à une seule travée.

D'après ce tableau, la surcharge correspondant à une portée de $41^m,80$ est, en nombre rond de 5800^{kg} par mètre courant de simple voie, et elle est de 6200^{kg} pour une portée de $24^m,20$. Il est à remarquer que, comme le pont est à double voie, chaque poutre doit ici supporter la totalité de la surcharge afférente à une voie.

En consultant le tableau de la page 120, sur les poids approximatifs de la partie métallique du tablier, les données du problème sont les suivantes :

Portées

$$l_0 = 34^m,20, \qquad l_1 = 41^m,80.$$

Charge permanente par mètre courant de poutre, dans les deux travées.	Métal.	Maîtresses poutres.... Pièces de pont et longerons..... Parquet en tôle et contreventement.....	1715^{kg}
	Voie....		185
		Total.....	1900^{kg}
Surcharges.	Pour la travée de $34^m,20$.....		6200^{kg}
	Pour la travée de $41^m,80$.....		5800^{kg}

Nous rappelons que la formule des trois moments est

$$l_0M_0 + 2(l_0 + l_1)M_1 + l_1M_2 = \frac{1}{4}p_0l_0^3 + p_1l_1^3.)$$

Mais

$$M_0 = 0, \qquad M_2 = 0 \qquad \text{et} \qquad m = \frac{l_0}{l_1} = \frac{34,2}{41,8} = 0,81818.$$

D'où

$$l_0 = ml_1.$$

L'équation ci-dessus se transforme alors comme suit :

$$2(ml_1 + l_1)M_1 = \frac{1}{4}(p_0m^3l_1^3 + p_1l_1^3)$$

et

$$M_1 = \frac{p_0m^3l_1^3 + p_1l_1^3}{8(ml_1 + l_1)} = \frac{l_1^2}{8} \times \frac{m^3p_0 + p_1}{m + 1}.$$

Les trois hypothèses à faire dans la distribution de la surcharge sur une poutre reposant sur trois appuis sont représentées par le diagramme ci-contre (fig. 89).

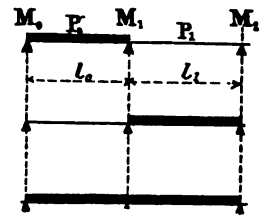


Fig. 89

La première et la seconde détermineront les moments maxima dans les travées et les efforts tranchants maxima sur les culées. La troisième déterminera le moment fléchissant maximum et les efforts tranchants maxima sur la pile.

Première hypothèse. — La première travée seule chargée.

$$p_0 = 1900 + 6200 = 8100^{kg}, \qquad p_1 = 1900^{kg},$$
$$l_0 = 34^m,20, \qquad l_1 = 41^m,80 \qquad \text{et} \qquad m = 0,81818.$$

Le moment M_1 sur la pile est pour ce cas

$$M_1 = \frac{\overline{41,80}^2}{8} \times \frac{\overline{0,81818}^3 \times 8100 + 1900}{0,81818 + 1} = 761207^{kgm}.$$

D'après la formule générale (2) page 155, le moment maximum dans la première travée est :

Première travée.

$$\mu = M_0 + \frac{p_0 x^2}{2} - \left(\frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1 - M_0}{l_0}\right) x$$

et comme

$$M_0 = 0,$$
$$\mu = \frac{p_0 x^2}{2} - \left(\frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1}{l_0}\right) x;$$

mais μ est maximum pour x maximum, et ce maximum de x est, d'après ce que nous avons trouvé ci-dessus

$$x = \frac{l_0}{2} - \frac{M_1 - M_0}{p_0 l_0} = \frac{l_0}{2} - \frac{M_1}{p_0 l_0} = \frac{34,2}{2} - \frac{761207}{8100 \times 34,2} = 14^m,352;$$

d'où

$$\mu = \frac{8100 \times \overline{14,352}^2}{2} - \left(\frac{8100 \times 34,2}{2} - \frac{761207}{34,2}\right) 14,352 = -834220^{kgm}.$$

On peut obtenir ce maximum d'une manière directe par l'application de la formule (3) page 155

$$\mu = \frac{M_0 + M_1}{2} - \frac{(M_1 - M_0)^2}{2 p_0 l_0^2} - \frac{p_0 l_0^2}{8},$$

soit

$$\mu = \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2p_0l_0^2} - \frac{p_0l_0^2}{8} = \frac{761207}{2} - \frac{\overline{761207}^2}{2\times 8100\times\overline{34,2}^2}$$

$$- \frac{8100\times\overline{34,2}^2}{8} = -834220^{kgm}.$$

Ces deux formules conduisent donc bien au même résultat.

Efforts tranchants. — De gauche :

$$A_0 = \frac{p_0l_0}{2} - \frac{M_1}{l_0} = \frac{8100\times 34,2}{2} - \frac{761207}{34,20} = 116255^{kg}.$$

De droite :

$$A'_0 = p_0l_0 - A_0 = 8100\times 34,2 - 116253 = 160767^{kg}.$$

Deuxième travée.

$$\mu = M_1 + \frac{p_1x^2}{2} - \left(\frac{p_1l_1}{2} - \frac{M_2 - M_1}{l_1}\right)x$$

et comme

$$M_2 = 0$$

$$\mu = M_1 + \frac{p_1x^2}{2} - \left(\frac{p_1l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1}\right)x,$$

qui devient maximum pour

$$x = \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1l_1} = \frac{41,8}{2} + \frac{761207}{8100\times 41,80} = 30^m,408,$$

d'où

$$\mu = 761207 + \frac{1900\times\overline{30,408}^2}{2}$$

$$- \left(\frac{1900\times 41,80}{2} + \frac{761207}{41,8}\right)30,408 = -121488^{kgm}.$$

Efforts tranchants. — De gauche :

$$A_1 = \frac{p_1l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1} = \frac{1900\times 41,80}{2} + \frac{761207}{41,80} = 57916^{kg}.$$

De droite :

$$A'_1 = p_1l_1 - A_1 = 1900\times 41,80 - 57916 = 21504^{kg}.$$

Deuxième hypothèse. — La deuxième travée seule chargée :

$$p_0 = 1900^{kg}, \qquad p_1 = 1900 + 5800 = 7700^{kg}.$$

Le moment M_1 sur la pile sera :

$$M_1 = \frac{\overline{41,80}^2}{8} \times \frac{\overline{0,81818}^3 \times 1900 + 7700}{0,81818 + 1} = 1050054^{kgm}.$$

Première travée.

$$x = \frac{l_0}{2} - \frac{M_1}{p_0 l_0} = \frac{34,20}{2} - \frac{1050054}{1900 \times 34,20} = 0^m,941,$$

$$\mu = \frac{p_0 x^2}{2} - \left(\frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1}{l_0}\right) x$$

$$= \frac{1900 \times \overline{0,941}^2}{2} - \left(\frac{1900 + 34,2}{2} - \frac{1050054}{34,20}\right) 0^m,941.$$

$$\mu = -840^{kgm}.$$

$$A_0 = \frac{1900 \times 34,20}{2} - \frac{1050054}{34,20} = 1786^{kg}.$$

$$A'_0 = 1900 \times 34,20 - 1786 = 63194^{kg}.$$

En continuant d'effectuer les calculs comme ci-devant on trouvera :

Deuxième travée.

$x = 24^m,162$, $\mu = -1197820^{kgm}$, $A_1 = 186051^{kg}$, $A'_1 = 135809^{kg}$.

Troisième hypothèse. — Les deux travées chargées :

$p_0 = 8100^{kg}$, $p_1 = 7700^{kg}$, $M_1 = 1457984^{kgm}$.

Première travée.

$x = 11^m,837$, $\mu = -567514$, $A_0 = 95880^{kg}$, $A'_0 = 181140^{kg}$.

Deuxième travée.

$x = 25^m,429$, $\mu = -1031589$, $A_1 = 195881^{kg}$, $A'_1 = 126050^{kg}$.

D'après les calculs qui viennent d'être effectués, on pourra, pour faciliter la construction des épures de flexion, dresser le tableau ci-après :

Première hypothèse. — La première travée seule chargée :

$p_0 = 8100^{kg}$, $p_1 = 1900^{kg}$, $M_1 = 761207^{km}$.

1re travée	2e travée
$x = 14^m,352$	$x = 30^m,408$
$\mu = -834220$	$\mu = -121488$
$A_0 = 116255^{kg}$	$A_1 = 57916^{kg}$
$A_0 = 160767^{kg}$	$A'_1 = 21504^{kg}$

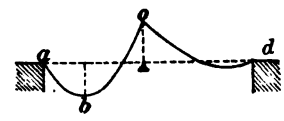


Fig. 90.

Deuxième hypothèse. — La deuxième travée seule chargée :

$p_0 = 1900^{kg}$, $p_1 = 7700$, $M_1 = 1050054^{kgm}$.

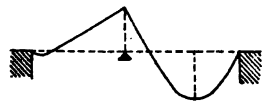


Fig. 91.

1re TRAVÉE
$x = 0^m,941$
$\mu = -840$
$A_0 = 1786^{kg}$
$A'_0 = 63194^{kg}$

2e TRAVÉE
$x = 24^m,162$
$\mu = -1197820$
$A_1 = 186051^{kg}$
$A'_1 = 135809^{kg}$

Troisième hypothèse. — Les deux travées chargées.

$p_0 = 8100$, $p_1 = 7700$, $M_1 = 1457984^{kgm}$.

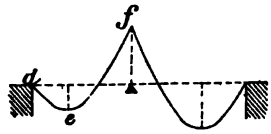


Fig. 92.

1re TRAVÉE
$x = 11^m,837$
$\mu = -567514$
$A_0 = 95880$
$A'_0 = 181140^{kg}$

2e TRAVÉE
$x = 25^m,429$
$\mu = -1031589$
$A_1 = 195810^{kg}$
$A'_1 = 126050^{kg}$

Pour tracer les courbes de flexion correspondant à ces diverses hypothèses, on se rappellera que l'équation de ces courbes est toujours de la forme :

$$\mu = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - A_1 x, \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

qui n'est autre que la forme plus générale :

$$y = ax^2 + bx + c,$$

c'est l'équation d'une parabole à axe vertical et dont l'axe horizontal passe en dehors du sommet.

Il est facile, en effet, de ramener l'équation (4) à la forme plus connue

$$y^2 = \pm 2px.$$

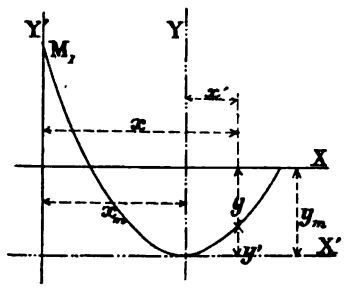


Fig. 93

Appelons Y' l'axe vertical, qui passe par l'axe de la courbe (fig. 93),

y_m l'ordonnée maximum de la courbe,

x_m l'abscisse correspondant à cette ordonnée.

Le changement d'axe vertical nous donne :

$$x = x' + x_m$$

or, on a vu ci-devant que

$$x_m = \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1},$$

d'où

$$x = x' + \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1}.$$

Et l'équation générale :

$$y = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - \left(\frac{p_1 l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1}\right)x$$

devient :

$$y = M_1 + \frac{p_1}{2}\left(x' + \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1}\right) - \left(\frac{p_1 l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1}\right)\left(x' + \frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1}\right).$$

Développant et réduisant :

$$y = \frac{p_1 x'^2}{2} - \frac{p_1 l_1^2}{8} + \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2p_1 l_1^2} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Si on transporte l'axe des X en X' au sommet de la courbe on a

$$y = y_m - y' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Or, on a remarqué au commencement de cette étude que le moment maximum y_m s'obtient directement par la formule (3)

$$\mu_m = \frac{M_1 + M_2}{2} - \frac{(M_2 - M_1)^2}{2p_1 l_1} - \frac{p_1 l_1^2}{8},$$

qui, pour le cas où

$$(M_2 - M_1)^2 = (0 - M_1)^2 = M_1^2$$

devient :

$$y_m = \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2p_1 l_1} - \frac{p_1 l_1^2}{8}.$$

Remplaçant y et y_m par leurs valeurs dans l'équation (6), il vient

$$\frac{p_1 x'^2}{2} - \frac{p_1 l_1^2}{8} + \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2p_1 l_1^2} = \frac{M_1}{2} - \frac{M_1^2}{2p_1 l_1^2} - \frac{p_1 l_1^2}{8} - y'.$$

Et après simplification il reste :

$$\frac{p_1 x'^2}{2} = -y',$$

d'où

$$x'^2 = -\frac{2y'}{p_1}.$$

Enfin, si on dispose la courbe comme (fig. 94), la dénomination des axes étant changée, on arrive à la formule générale :

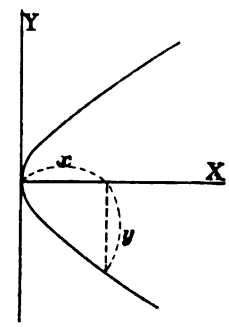


Fig. 94

$$y'^2 = -\frac{2}{p_1} x',$$

qui n'est autre que la forme connue :

$$y^2 = \pm 2px.$$

Donc, toutes les courbes représentant les moments de rupture des poutres, sont des paraboles ou des arcs de paraboles.

Le paramètre de ces paraboles ne dépend absolument que du poids uniformément réparti ; il est $\frac{1}{p_0}$ ou $\frac{1}{p_1}$. La courbe est indépendante de la longueur de la poutre, et si les surcharges étaient les mêmes dans les deux travées du tablier, les courbes de flexion seraient la même parabole, dont l'axe vertical serait simplement déplacé par rapport aux axes des travées.

Les moments fléchissants sont positifs, s'ils sont au-dessus de l'axe des X et négatifs s'ils sont au-dessous de cet axe. Les moments maxima sur les piles sont positifs et les moments maxima dans les travées sont négatifs. Il y a donc un point où ces moments passent par zéro et sont nuls ; ce sont les points où la courbe rencontre l'axe horizontal ; on les trouverait aisément en faisant $\mu = 0$ dans l'équation

$$\mu = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - \left(\frac{p_1 l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1}\right) x$$

et l'on aurait alors

$$x = \left(\frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1 p_1}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{l_1}{2} + \frac{M_1}{p_1 l_1}\right)^2 - \frac{2M_1}{p_1}};$$

les deux valeurs de x donnent les deux points où la courbe coupe l'axe des X.

Nous aurons, pour le cas qui nous occupe, quatre paraboles différentes : deux pour la première travée et deux pour la seconde. (Voir tableau ci-devant, fig. 90, 91 et 92.)

Dans la première travée, on construira la courbe de surcharge pour laquelle la distance du foyer à la directrice est $\frac{1}{8100}$, en prenant l'ordonnée du sommet la plus grande des trois hypothèses ; soit pour la troisième un y total de

$$M_1 + \mu_0 = 1457984 + 567514 = 2025498.$$

Le point n est le sommet de la courbe, et l'x correspondant à cet y est

$$34^m,20 - 11,837 = 22^m,363$$

On a ainsi le sommet n, l'axe, et le point o de la parabole ; on a même un point m symétrique du point o ; c'est-à-dire tous les éléments nécessaires pour construire la parabole par l'un des procédés qui ont été employés dans l'étude des ponts à une seule travée. Ayant construit cette courbe, on découpe un patron sur papier fort et on trace les paraboles passant par les points $a, b, c - d, e, f$ de la première et troisième hypothèse. (Fig. 90 et 92 du tableau.) [Voir aussi planche 11.]

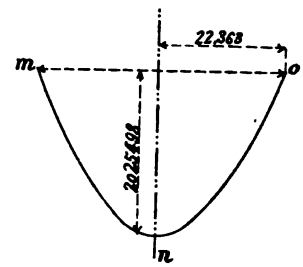


Fig. 95

On opèrera ainsi pour les quatre courbes en superposant les trois hypothèses, et, en ayant soin de renverser les moments négatifs, sur la partie de la figure située au-dessus de l'horizontale des appuis, on obtiendra l'épure des moments fléchissants tracée (pl. 11), que l'on inscrira dans un polygone de moments résistants suffisants. Ces moments résistants se déterminent par le calcul des moments d'inertie de la poutre et varient selon les caprices de la courbe enveloppante de tous les moments fléchissants.

On trouve ainsi que la section nette de la poutre avec une seule semelle de 11^{mm} sur les talons des cornières donne un

$$\frac{I}{v} = 0,0612.$$

(Voir fig. 96.)

Avec deux semelles de 11%

$$\frac{I'}{v'} = 0,07787.$$

Avec trois de 11%

$$\frac{I''}{v''} = 0,09451.$$

Ce qui, pour la première travée, fait travailler le métal à

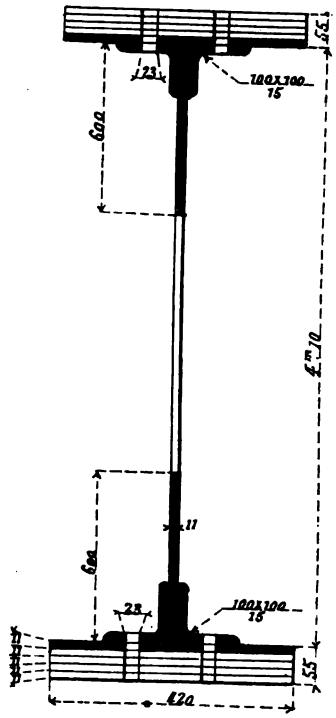


Fig. 96.

$$R = \frac{834220}{94510} = 8^{kg},82$$

par millim. carré.

Avec 4 semelles de 11%

$$\frac{I''}{v''} = 0,1111.$$

Avec 5 semelles de 11%

$$\frac{I^{IV}}{v^{IV}} = 0,12779.$$

Alors, au milieu de la deuxième travée, la fatigue moléculaire de l'acier est de

$$R = \frac{1197820}{127790} = 9^{k},37$$

par millimètre carré.

Avec 6 semelles de 11%

$$\frac{I^{V}}{v^{V}} = 0,1445.$$

Et enfin, avec 7 semelles de 11%

$$\frac{I^{VI}}{v^{VI}} = 0,16155.$$

Sur la pile le métal travaille donc à

$$R = \frac{1457984}{161550} = 9^{kg},02.$$

Les moments résistants se déterminent toujours comme il a été dit au projet du pont-route de $16^{m},00$ d'ouverture, page 108.

$$M_R = \frac{I}{v} \times 8,5 \times \overline{10}^{9}.$$

L'acier travaillant à $8^{kg},5$ par millim. carré, les longueurs des semelles seront déterminées sur l'épure de flexion (pl. 11) pour la condition que le polygone des moments résistants enveloppe les courbes des moments fléchissants dans les trois hypothèses.

VIII. — *Efforts tranchants et calcul des barres de treillis.*

Le tableau des pages 167 et 168 fait connaître les efforts tranchants sur les appuis de chaque travée et pour chaque hypothèse. Ainsi, le maximum de ces efforts est de 195810^{kg} en A sur la pile et de 135 809^{kg} en B, sur la culée de droite (voir fig. 97 ci-contre).

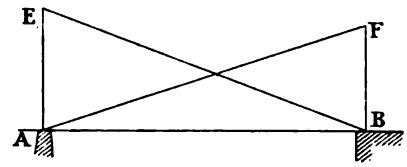


Fig. 97

En faisant intervenir les considérations de la charge roulante s'avançant progressivement sur la travée, il conviendra de se rappeler que les efforts tranchants partent de zéro sur un appui et atteignent le maximum sur l'appui opposé par lequel se fait la sortie du train. Ainsi, pages 48, 49 et 50, on a déterminé les lignes représentatives de ces efforts tranchants, mais ici le problème est trop compliqué et on a recours, pour les déterminer rapidement, à une méthode donnant avec certitude les efforts réels. Pour cela M. Collignon (dans les *Annales des Ponts et chaussées*, de janvier 1889, page 125) les représente par les lignes droites AF et BE (fig. 97). C'est donc ce que l'on fera sur l'épure de la planche 11. Mais comme ces efforts sont ici équilibrés par les six barres de treillis qui se trouvent dans une section quelconque normale à la poutre et que ces barres sont inclinées à 45° sur l'horizontale, l'effort f suivant chaque barre sur la culée est

$$f = \frac{A_1}{6 \times \cos 45^\circ} = \frac{195810}{6 \times 0{,}707} = 46162^{kg},$$

pour le côté gauche de la pile, et de

$$f' = \frac{A'_1}{6 \cos 45^\circ} = \frac{135809}{6 \times 0{,}707} = 32015^{kg},$$

pour la culée de droite.

De sorte que les lignes AF et BE peuvent être remplacées par les droites AH et BG (voir pl. 11), qui représentent les efforts de compression directs sur une barre et pour chaque point de la portée.

Enfin, comme l'effort tranchant est constant entre deux

NUMÉROS des panneaux	T Effort tranchant maximum dans ces panneaux	EFFORTS suivant chaque barre	COMPOSITION de la barre	SECTION nette de la barre Ω en millimètres carrés	TRAVAIL par millimètre carré	NOMBRE de rivets d'attache	TRAVAIL des rivets d'attache
8, 9, 10 et 11	195 810kg	44 000kg	Corn. 90×90 / 13 — 22 — 22 — 14 — 300 — 90 — 72	6 578	6kg,69	21 rivets de 22	5kg,51
7, 12, 13 et 20	159 000	33 000	22 — 14 — 300 — 94	5 504	6,00	18 rivets de 22	4,82
6, 19	12 200	28 000	22 — 14 — 250 — 85	4 494	6,23	15 rivets de 22	4,91
1, 14 et 18	116 253	25 000	22 — 12 — 250 — 82	4 082	6,12	13 rivets de 22	5,06
2, 3, 5, 7 et 15	106 000	22 500	22 — 11 — 235 — 85	3 945	5,90	12 rivets de 22	4,99
4 et 16	86 000	18 000	10 — 220 — 70	3 000	6,00	10 rivets de 22	4,47

pièces de pont contigües, on sait que ces deux lignes peuvent elles-mêmes être remplacées par le contour en gradin GIJKLMNOPQRSH, et c'est d'après les indications de ces efforts directs sur une barre de treillis que l'on a dressé le tableau ci-devant qui résume les résultats donnés par l'épure et les calculs. Il donne pour chaque panneau :

1° L'effort tranchant maximum qui s'y développe ;

2° L'effort sur chaque barre et suivant sa direction ;

3° La composition de chaque barre et sa section en millimètres carrés ;

4° Le travail moléculaire de chaque barre ;

5° Le travail des rivets qui attachent chacune de ces barres.

Ce tableau indique que les treillis travaillent de 6 à $6^{kg},70$, $6^{kg},70$ au maximum, vers les appuis où les efforts de compression ou de tension sont toujours dirigés dans le même sens, et à 6^{kg} dans la section médiane de la poutre où les efforts changent de sens.

On remarquera enfin que l'emploi des lignes droites représentatives des efforts tranchants ne déterminera une légère augmentation de la dimension des barres et par suite dans le poids du métal, que dans la partie médiane de la poutre. Mais cette augmentation, dont l'importance s'atténue à mesure que l'on approche des appuis, ne saurait dépasser 1/8 à 1/10 de la valeur réelle pour l'ensemble de la paroi verticale.

On peut donc admettre sans hésitation une augmentation aussi faible dans le poids des barres d'une minime fraction du treillis, pour s'assurer qu'en aucun point de la poutre, la résistance dont elle est capable ne descendra au-dessous de la limite que pourrait atteindre l'effort tranchant.

IX. — *Travail des rivets fixant les tables sur les cornières.*

Soit h la hauteur de la poutre, considérée entre les talons des cornières longitudinales. L'effort tranchant A en un point quelconque de la poutre, produit à l'unité de distance, un moment $A \times 1$; celui-ci détermine en a et b, aux talons des cornières, un couple de forces f, qui tendent à faire glisser les cornières le long des semelles, donc on a :

$$A \times 1 = 2\left(f \times \frac{h}{2}\right) \quad \text{ou} \quad A = fh \quad \text{d'où} \quad f = \frac{A}{h}.$$

La résistance de la rivure doit faire équilibre à cette force.

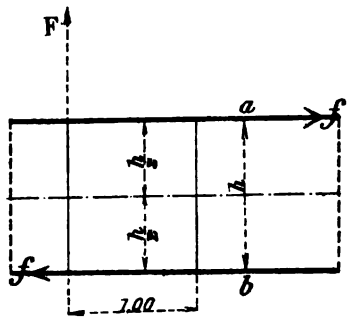


Fig. 98

Si nous appliquons cette formule sur la pile où l'effort tranchant est maximum et égal à 195810 kilog., on a :

$$f = \frac{195810}{4,10} = 47760^{kg}.$$

Or, sur un mètre de longueur, la table est reliée aux cornières par une double ligne de 9 rivets en acier très doux de 23 millimètres de diamètre ; ces 18 rivets donnent une section totale :

$$\Omega = 415,4 \times 18 = 7477 \text{ millimètres carrés.}$$

Le travail du métal sera donc :

$$R = \frac{47760}{7477} = 6^{kg},38 \text{ par millimètre carré.}$$

Les rivets qui fixent les cornières aux âmes de la poutre subissent un travail de cisaillement un peu plus grand.

En effet, la hauteur de la poutre entre les lignes des rivets qui fixent les cornières sur les âmes n'est que de $3^{m},99$, donc

$$f' = \frac{195810}{3,99} = 49075^{kg},$$

et le travail des rivets en acier est alors :

$$R = \frac{49075}{7477} = 6^{kg},69 \text{ par millimètre carré.}$$

Il n'y a que 9 rivets par mètre courant de poutre, pour fixer les cornières sur les âmes, mais ces rivets travaillent au double cisaillement.

Remarque. — Il est admis que dans toutes les parties d'une poutre le travail des rivets doit être maintenu aux $\frac{4}{5}$ seulement du travail des pièces qu'ils assemblent, parce que les rivets sont déjà soumis à un travail de tension, provenant

du retrait qui s'est opéré dans le métal, après leur pose à chaud.

X. — *Calcul des appuis.*

Les appuis ont été calculés pour faire travailler les sommiers en pierre de taille à un maximum de 25 kilog. par centimètre carré. L'application de la formule spécialement employée dans les petits ponts pour déterminer les dimensions de ces appuis (page 118), donnerait ici des résultats beaucoup trop forts.

L'appui sur pile a $1^m,60$ de longueur sur $0^m,95$ de largeur à la base.

Or, la pression sur la pile est égale à la somme des efforts tranchants maxima

$$A'_0 + A_1 = 181140 + 195810 = 376950^{kg},$$

d'où

$$R' = \frac{376950}{160 \times 95} = 24^{kg},80 \text{ par centimètre carré.}$$

Les appuis sur culées ont $1^m,15$ de longueur sur $0^m,65$ de largeur, ce qui, pour la pierre, donne un travail maximum

$$R = \frac{135809}{115 \times 65} = 18^{kg},17 \text{ par centimètre carré.}$$

XI. — *Détermination du diamètre des rouleaux de dilatation.*

En se posant comme condition que les appuis reposeront sur 7 rouleaux de $0^m,550$ de longueur, on peut rechercher le diamètre qu'il convient de donner à ces pièces, pour que le métal ne subisse pas de déformation permanente. L'effort tranchant maximum sur la culée étant 135809 kilog., on peut admettre qu'avec le mode d'appui à rotule, qui a été adopté, la pression totale se répartit également sur chacun des rouleaux.

Leur diamètre sera donc calculé pour résister à une charge de

$$\frac{135809}{7} = 19401^{kg} = Q.$$

Le rayon du rouleau se déterminera alors par la formule :

$$r^2 = \frac{9}{64} \times \frac{EQ^2}{l^2R^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Et la corde AB suivant laquelle a lieu le contact complet des deux surfaces est déterminée par la formule

$$a = 0{,}073r.$$

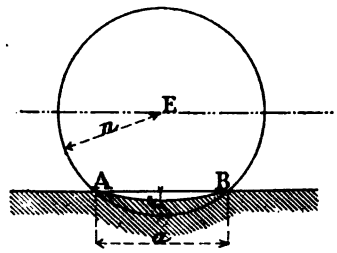


Fig. 99

Dans ces formules :

E est le coefficient d'élasticité du métal des appuis et des rouleaux.

R est le coefficient de résistance avec sécurité correspondant à ce coefficient d'élasticité.

l la longueur des rouleaux.

Q la pression sur le rouleau.

r le rayon du rouleau.

Ainsi, si tous ces appareils sont en fonte on a :

$$E = (9 \times \overline{10}^9) \qquad \text{et} \qquad R = 3 \times \overline{10}^9$$

(Voir page 11).

Et la formule (7) donnerait :

$$r = 0{,}0000068 \frac{Q}{l}$$

et pour l'application à ce cas

$$r = 0{,}0000068 \times \frac{19401}{0{,}55} = 0^m{,}21,$$

soit $0^m{,}420$ de diamètre pour les rouleaux.

Mais si les appuis et les rouleaux sont en acier moulé, et c'est le cas présent, alors,

$$E = (22 \times \overline{10}^9) \text{ environ} \qquad \text{et} \qquad R = 12 \times \overline{10}^6.$$

La formule (7) donne alors :

$$r^2 = \frac{9}{64} \times \frac{22 \times \overline{10}^9}{(12000000)^3} \times \frac{Q^2}{l^2} \qquad \text{ou} \qquad r = 0{,}00000134 \frac{Q}{l}$$

remplaçant :

$$r = 0{,}00000134 \times \frac{19401}{0{,}55} = 0^m{,}0473.$$

Pour être dans de bonnes conditions pratiques de roulement, il a été adopté $r = 0^m,075$ soit un diamètre de 150 millim.

On aurait pour la corde de contact

$$a = 0,073 \times 0,075 = 0^m,00545.$$

Il est aisé de vérifier que ce résultat est vraisemblable.

En effet, sur les $0^m,550$ de longueur du rouleau il y aura une surface de contact totale de

$$5,45 \times 550 = 3008 \text{ millim. carrés.}$$

A 12 kilog. par millim. le travail résistant est de

$$3008 \times 12 = 36096^{kg}.$$

Et le rouleau n'est chargé que de 19401 kilog. seulement.

XII. — *Résistance de la poutre à l'écrasement sur les appuis.*

1° *Sur la pile.* — La réaction verticale qui tend à écraser la poutre est égale à la somme des efforts tranchants maxima déterminés par la troisième hypothèse ; cette réaction a été

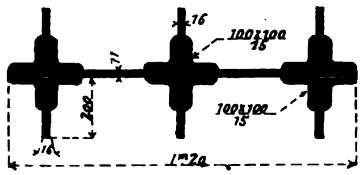


Fig. 100

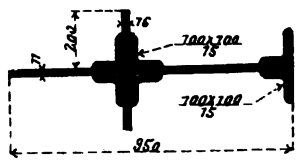


Fig. 101

trouvée égale à 376950 kilog., elle est transmise par l'appui à la poutre, dont la section horizontale, à l'aplomb de cet appui, présente la forme de la figure 100 et une surface totale :

Ame	$1200 \times 11 =$	13200
Cornières	$12 \times 185 \times 15 =$	33300
Nervures	$6 \times 200 \times 16 =$	19200
	$\Omega =$	65700 mill. c.

d'où

$$R = \frac{376950}{65700} = 5^{kg},89 \text{ par millim. carré.}$$

2° *Sur la culée.* — La réaction verticale sur la culée est égale à l'effort tranchant maximum

$$A'_1 = 135809^{kg}.$$

La section horizontale du panneau sur cet appui est (fig. 101).

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{Ame} \ldots\ldots\ldots & 950 \times 11 = 10450 \\ \text{Cornières} \ldots\ldots & 6 \times 185 \times 15 = 16650 \\ \text{Nervures} \ldots\ldots & 2 \times 200 \times 16 = \underline{\ 6400} \end{array}\right.$$

$$\Omega = 33500 \text{ mill. c.}$$

d'où

$$R = \frac{135\,809}{33500} = 4^{kg},05 \text{ par millim. carré.}$$

XIII. — *Stabilité du pont en cas d'ouragan.*

D'après l'article 5 du règlement ministériel, la pression du vent, par mètre carré de surface verticale peut s'élever à 270^{kg} dans les tempêtes, ce qui, en appelant S la surface totale d'une poutre maîtresse comptée en mètres carrés et S_v la surface des vides de cette même paroi, donne une pression

$$270^{kg}(S - S_v) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Le vent est supposé agir intégralement sur cette première paroi, directement exposée au vent.

Sur la deuxième poutre maîtresse, en appelant toujours S la surface totale et S_v la surface de ses vides, cette pression du vent ne sera plus que de

$$270(S - S_v)\frac{S - S_v}{S} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

de sorte que l'effort total d'un vent d'ouragan agissant avec l'intensité de 270^{kg} par mètre carré sera, pour l'ensemble des deux poutres :

$$270(S - S_v)\left[1 + \frac{S - S_v}{S}\right] \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Le treillis étant assez serré dans le cas présent, on supposera, pour simplifier les calculs, que la formule (3) peut se réduire à 270 S pour l'effort total, (maximum qui ne sera jamais atteint).

Par conséquent, l'effort par mètre courant de tablier serait :

$$F^{kg} = 270 \times 4^{m},30 \times 1,00 = 1161^{kg}.$$

(En supposant que la hauteur totale de la poutre est de $4^{m},30$, au lieu de $4^{m},15$, pour tenir compte de la surface que le garde-corps oppose lui-même au vent.)

Pour toute la longueur du tablier, qui a $76^m,00$, la pression totale du vent est donc de

$$1161 \times 76 = 82256^{kg}.$$

Pour résister à cet effort transversal, qui tendra à faire glisser le tablier sur ses appuis, il faudra que ceux-ci et les galets de dilatation soient disposés avec des rebords pour s'opposer à ce glissement transversal, à moins que le poids propre du tablier ne s'oppose à ce glissement, ce qui peut toujours se vérifier.

Il faudra aussi que les appuis inférieurs soient convenablement fixés dans les sommiers en pierre de taille par des boulons de dimensions suffisantes.

Or, le poids total du tablier est, par hypothèse,

$$76(1900 \times 2) = 288800^{kg}.$$

En prenant 0,18 comme coefficient de frottement du fer sur la fonte, l'effort horizontal qui serait nécessaire pour faire glisser transversalement le pont sur ses appuis, serait :

$$288800 \times 0,18 = 51984^{kg}.$$

Comme l'effort du vent est de 88256^{kg}, c'est-à-dire supérieur à 51984^{kg}, on comprend qu'il faut absolument disposer les appuis avec des rebords pour que le pont ne puisse pas glisser transversalement. Dans ce cas, on boulonne la table inférieure de la poutre sur les appuis.

En dehors de cette considération, il y a lieu d'examiner si, sous l'action d'un vent d'ouragan, le tablier ne pourrait pas osciller sur ses appuis et être renversé, comme il est indiqué à la fig. 102 ci-contre.

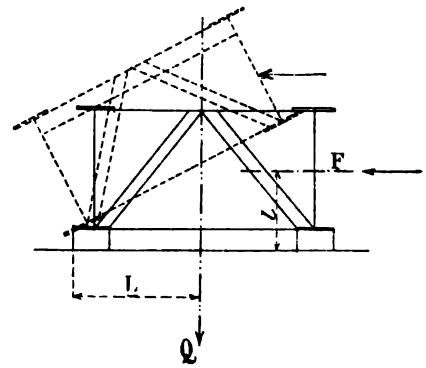


Fig. 102

Un pareil mouvement s'exécuterait sous l'action de la force F égale à la pression du vent sur la face de la poutre, agissant avec un bras de levier l égal à la demi-hauteur de cette poutre, plus la hauteur des appuis, soit pour le cas présent $l = 2^m,55$.

Or, on a trouvé ci-dessus

$$F = 1161^{kg},$$

d'où le moment de renversement pourrait être, par mètre courant de poutre :

$$1161 \times 2,55 = 2960.$$

Le moment de stabilité, qui fera équilibre à cette tendance au renversement, sera donné par une force Q égale au poids propre, par mètre courant de tablier, soit 3800 kil., agissant avec un bras de levier égal à la demi-largeur de ce tablier, soit

$$\frac{7,85 + 0,42}{2} = 4^{m},135 = L.$$

Ce moment de stabilité serait

$$3800 \times 4,135 = 15713,$$

c'est-à-dire, de beaucoup supérieur à 2960.

La stabilité du tablier est assurée contre l'action de tout ouragan ; il restera donc simplement, comme il est dit ci-dessus, à empêcher son glissement transversal.

Remarque. — Pour en finir avec l'étude de ce premier projet de tablier à deux travées, remarquons que si les deux travées avaient été égales, les calculs auraient été simplifiés. On aurait eu $l_0 = l_1 = l = 38^{m},00$ et la formule des trois moments

$$l_0 M_0 + 2(l_0 + l_1) M_1 + l_1 M_2 = \frac{1}{4}(p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3)$$

serait devenue

$$4 l M_1 = (p_0 + p_1)\frac{l^3}{4},$$

d'où

$$M_1 = \frac{(p_0 + p_1) l^2}{16},$$

valeur plus simple pour le moment sur la pile.

La charge permanente eût été égale à $1\,900^{kg}$ dans les deux travées.

Quant à la surcharge applicable dans les calculs des deux travées de $38^{m},00$, elle eût été de $6\,000^{kg}$.

Et alors on avait

$$p = 1900 + 6000 = 7900^{kg}$$

pour la poutre chargée.

XIV. — *Calcul des maîtresses poutres : méthode de statique graphique.* (Pl. 12.)

Dans cette méthode, on supposera encore que les poutres sont soumises aux charges permanentes et aux surcharges virtuelles uniformément réparties indiquées dans les calculs qui précèdent, c'est-à-dire à une charge permanente de 1 900^{kg} par mètre courant dans les deux travées ; à une surcharge de 6 200^{kg} pour la travée de 34^{m},20, et de 5 800^{kg} pour la travée de 41^{m},80. D'après ces données, on établira

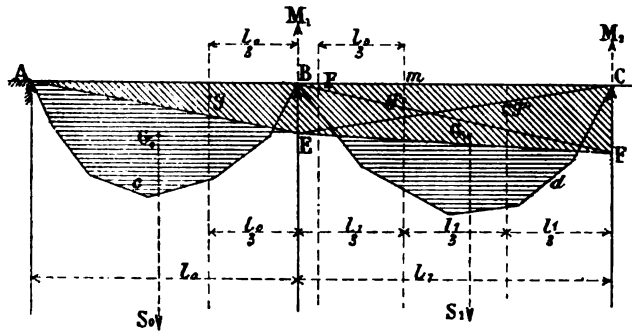


Fig. 103

des épures pour chacune des trois hypothèses envisagées ci-dessus, et les résultats de ces épures devront être les mêmes que ceux qui viennent d'être trouvés par les calculs.

Bien qu'il n'entre pas dans le cadre de cet ouvrage de faire une étude théorique de chaque méthode, nous croyons néanmoins, avant d'indiquer le tracé pratique des épures qui vont suivre, devoir éclairer ce tracé par quelques renseignements théoriques très succints.

Si AB et BC (fig. 103) sont deux travées consécutives d'un pont à poutre continue de trois ou quatre travées, que AB soit une travée de rive dont l'appui A est une culée, et que B et C soient des appuis intermédiaires, supposons que la poutre soit coupée sur tous ses appuis. Il est facile, dès lors, de tracer, pour chaque travée rendue ainsi indépendante, le polygone funiculaire, dont les ordonnées sont proportionnelles aux moments fléchissants correspondant à des charges

quelconques. Ces moments, dont on peut facilement déterminer les surfaces, sont représentés par les polygones : AcB, dont le centre de gravité est en G_0, pour la travée de rive AB de portée l_0, et B*d*C, dont le centre de gravité est en G_1, pour la deuxième travée BC, de portée l_1, comprise entre deux piles.

La continuité de la poutre ne modifie pas le contour du polygone funiculaire, mais engendre des moments positifs $BE = M_1$ et $CF = M_2$ sur les appuis, qui ont pour effet de déplacer la ligne à partir de laquelle les ordonnées sont à mesurer.

La combinaison des moments positifs et des moments négatifs donne les moments réels qui sont en général négatifs vers le milieu des travées et positifs dans le voisinage et sur les appuis. Les surfaces des moments négatifs sont indiquées par des hachures horizontales, et les surfaces des moments positifs, par des hachures inclinées (1).

Les moments positifs engendrés dans les diverses sections sont :

1° Le triangle ABE qui a son centre de gravité en g situé à une distance $\frac{l_0}{3}$ du point B ; 2° Le triangle BEC, qui a son centre de gravité en g' situé à une distance $\frac{l_1}{3}$ du point B, et le triangle CBF, qui a son centre de gravité en g'' à une distance $\frac{l_1}{3}$ du point C.

Chaque travée est donc comme soumise à plusieurs éléments qui ont des effets inverses dans la forme de la ligne élastique ou fibre moyenne de la poutre déformée.

Dans la travée de rive, il y a donc l'élément négatif AcB, qui est comme une force verticale de haut en bas appliquée au centre de gravité G_0 et l'élément positif, le triangle ABE qui est comme une force verticale de bas en haut appliquée en g.

(1) Les moments positifs sont ceux qui sont comptés au-dessus des lignes AE, EF.

Les moments négatifs sont ceux qui sont comptés au-dessous de ces mêmes lignes.

Dans la travée intermédiaire, il y a trois éléments, un négatif, le polygone B*d*C, qui est comme une force verticale de haut en bas appliquée en G_1 et deux éléments positifs, les triangles BEC et CBF, qui sont comme deux forces verticales de bas en haut, appliquées l'une en g' et l'autre en g''.

La somme des deux éléments positifs ABE et BEC, situés à droite et à gauche d'une même pile, est proportionnelle au moment sur la pile et le centre de gravité de la surface totale AEC, il est facile de le déterminer, est situé sur la ligne gg', parallèle à AC, à une distance

$$mF = \frac{l_0}{3}$$

de la verticale passant par le centre de gravité g'.

La verticale passant par le point F s'appelle, pour cette raison, *verticale des tiers intervertis* ou *verticale adjacente* aux appuis. Enfin, les verticales passant par les centres de gravité des 3 triangles désignés ci-dessus c'est-à-dire par le tiers des portées, s'appellent *verticales au tiers*.

Lorsque les charges quelconques sur les travées se réduisent à des charges uniformément réparties par mètre courant, les polygones funiculaires résultants, deviennent des paraboles et le centre de gravité des segments paraboliques est situé sur la verticale passant par l'axe de la travée.

On pourra donc connaître, par ce qui précède, l'origine des *verticales au tiers* et des *verticales des tiers intervertis*, que l'on va voir dans les épures de la planche n° 12.

Construction des épures (pl. 12). — Après avoir indiqué les deux travées à une échelle déterminée dans les figures 1 et 2, et désigné par l_0 la travée de 34^m,20 et par l_1 la travée de 41^m,80, on trace les *verticales des points fixes*, représentées par les lignes jj' et kk'. C'est sur ces verticales que sont situés les *points d'inflexion* de la *ligne élastique*. Pour déterminer les points par lesquels on doit mener ces verticales, on trace d'abord les verticales au tiers aa', bb', dans chaque travée, on mène aussi la verticale adjacente aux appuis cc', passant par le point d, dont la position est déterminée en

portant $g'd = g\mathrm{B}$ (fig. 1). Ensuite, par le point A, on mène une ligne inclinée quelconque Af, et par le point h où cette ligne coupe la verticale au tiers, on tire hB, que l'on prolonge jusqu'au point i, où elle rencontre la verticale au tiers de la travée l_1 en joignant fi, on détermine le point fixe k, sur l'horizontale des appuis. En traçant la ligne ci, que l'on prolonge en m, et en joignant mh, on détermine le point fixe j. La position des points j et k par lesquels on trace les *verticales des points fixes*, est indépendante de la façon dont sont disposées les charges sur la travée; elle ne dépend que de la longueur des travées.

Figure n° 2. — Dans cette figure, on trace les paraboles des moments fléchissants que produiraient, dans chaque travée, les charges uniformément réparties appliquées dans la méthode PLM ci-dessus, c'est-à-dire $p_0 = 8\,100^{kg}$ et $p_1 = 1\,900^{kg}$ dans la première hypothèse et les charges de $p_0 = 1\,900^{kg}$ et de $7\,700^{kg} = p_1$, dans la deuxième hypothèse, en considérant chacune de ces travées comme isolée et indépendante de sa voisine. Ces paraboles, représentées par les figures AoB et AnB, dans la première travée ont des flèches

$$f_0 = \frac{1\,900 \times \overline{34,20}^2}{8} = 227\,789^{kgm},$$

soit 11%,4 à l'échelle des moments, et

$$f'_0 = \frac{8\,100 \times \overline{34,20}^2}{8} = 1\,184\,261^{kgm},$$

soit 59%,2 pour la travée de gauche.

Elles sont aussi représentées par les courbes BqC et BpC et ont des flèches

$$f_1 = \frac{1\,900 \times \overline{41,80}^2}{8} = 414\,970^{kgm},$$

soit 20%,7 et

$$f'_1 = \frac{7\,700 \times \overline{41,80}^2}{8} = 1\,681\,718^{kgm},$$

soit 84%,07 pour la travée de droite.

On sait aussi, comme on l'a vu pages 25 et 26 que les deux paraboles de la travée de gauche sont les polygones funiculaires d'un nombre infini de côtés, obtenus d'après les polygones des forces RST, UVA, dont les bases représentent les forces indiquées ci-après :

$$RT = 1900 \times 34,20 = 64980^{kg}$$

et $$UV = 8100 \times 34,20 = 277022^{kg}.$$

Les deux paraboles de la travée de droite sont également obtenues d'après les polygones des forces XYZ et X'CZ', dont les bases sont :

$$XZ = 1900 \times 41,80 = 79420^{kg};$$

$$X'Z' = 7700 \times 41,80 = 321860^{kg}.$$

On sait, enfin, que les quatre polygones des forces ont même hauteur polaire H égale à $2^{cm},5$ à l'échelle de l'épure. On verra plus loin l'utilité de ces polygones.

Figure 3. — La construction de cette figure a pour but de déterminer le polygone des tangentes à la ligne élastique pour le cas de la première hypothèse considérée à la page 165.

Par le polygone des tangentes on déduit le moment fléchissant sur la pile, ainsi que les moments dans les deux travées.

Cette première hypothèse, suppose que la première travée seule est chargée.

Dans ce cas on sait que $p_0 = 8100^{kg}$ et que $p_1 = 1900^{kg}$.

On porte sur la verticale et en dessous de l'appui A_1 un segment dont la longueur A_1a' est donnée par l'expression générale :

$$A_1a' = \frac{3S_0d_1}{l_0^2}$$

dans laquelle S_0 est l'aire du polygone des moments fléchissants obtenus par $\frac{8100 \times \overline{34,2}^2}{8}$; d_1 la distance du centre de gravité de ce polygone à la verticale de l'appui A_1. Or, dans le cas qui nous occupe, l'aire du polygone des moments fléchissants n'est autre chose que l'aire d'un segment para-

bolique, dont la flèche est f'_0 et la longueur l_0, cette aire a pour valeur

$$\frac{2}{3} f'_0 l_0 = S_0 ;$$

d'autre part, comme

$$d_1 = \frac{l_0}{2} ;$$

en remplaçant dans la formule ci-dessus il vient

$$A_1 a' = \frac{3 \times \frac{2}{3} f'_0 l_0 \times \frac{l_0}{2}}{l_0^2} = f'_0,$$

c'est-à-dire la flèche de la parabole AnB, soit $59^{mm},2$. Sur la verticale de l'appui C_1, on porte, en dessous, un segment dont la valeur est donnée par la formule générale

$$C_1 c' = \frac{3 S_1 d_2}{l_0^2}$$

en prenant la portée de gauche comme base.

Dans cette formule S_1 représente encore l'aire du polygone des moments fléchissants $\frac{1\,900 \times \overline{41,80}^2}{2}$ et d_2 est la distance du centre de gravité de ce polygone à la verticale de l'appui C_1. Comme ce polygone des moments est encore un segment parabolique de flèche f_1 et de longueur l_1 ; sa surface est

$$S_1 = \frac{2}{3} f_1 l_1$$

d'autre part,

$$d_2 = \frac{l_1}{2}$$

la demi-portée, donc :

$$C_1 c' = \frac{3 \times \frac{2}{3} f_1 l_1 \times \frac{l_1}{2}}{l_0^2} = f_1 \left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2,$$

soit en remplaçant les lettres par leurs valeurs :

$$C_1 c' = 20,75 \left(\frac{\overline{41,8}^2}{\overline{34,2}^2}\right)^2 = 31^{m},05,$$

Après avoir ainsi déterminé les points a' et c', on tire $a'B_1$ et $c'B_1$ que l'on prolonge jusqu'aux verticales aux tiers en b' et d' ; on tire $a'd'$ et $c'b'$, que l'on prolonge jusqu'à leur point de rencontre en M. Comme vérification, ce point de rencontre M doit se trouver sur la verticale des tiers intervertis cc' de la figure 1.

La longueur B_1D interceptée par l'oblique $a'M$ sur l'appui du milieu, représente la valeur de $\frac{M_1}{2}$, le moment fléchissant sur la pile, à la même échelle que les paraboles de la figure 2.

Cette longueur B_1D étant de 19 millimètres sur l'épure, on en conclut que le moment sur pile est de $19 \times 2 = 38^{mm}$ correspondant à $760\,000^{km}$ environ.

En portant $BD_1 = 2B_1D$ sous la verticale du point B de la figure 2, cette ordonnée BD_1 représente le moment fléchissant M_1 sur la pile, et en joignant AD_1CD_1, ces deux lignes délimitent, dans chaque parabole AnB et BqC, les moments positifs et les moments négatifs ; ce sont aussi les lignes à partir desquelles les ordonnées sont à mesurer dans chaque parabole.

Les segments paraboliques $An\alpha_1$ et $q\beta C$ représentent les moments négatifs dans chaque travée, tandis que la figure polygonale α_1BqD_1 représente le contour des moments positifs.

On peut même constater que le moment fléchissant maximum négatif dans la première travée est à une distance

$$x = 14^m,35$$

de l'appui A et égal à l'ordonnée

$$i'i'' = \mu = 834000^{kgm}$$

comme l'ont déterminé les calculs et ainsi qu'on le voit au tableau de la page 167.

De même dans la travée l_1 l'ordonnée négative maximum $h'h''$ est de $121\,000^{km}$ et $x = 30^m,40$ tout comme l'ont indiqué les calculs.

Enfin, en prolongeant la ligne D_1A dans le polygone des

forces, on détermine sur la base UV deux segments rU et rV, dont le premier représente l'effort tranchant

$$A_0 = 116000^{kg}$$

sur la culée et le second

$$A'_0 = 160000^{kg}$$

sur la pile.

De même, en menant par le point Y du polygone des forces XYZ, une parallèle à D_1C on détermine sur la base. deux segments

$$A_1 = 57900^{kg} \qquad \text{et} \qquad A'_1 = 21500^{kg}.$$

Avant d'en terminer avec la figure 3 il convient de signaler qu'en joignant A_1NPQ et FC, on complète le polygone des tangentes à la ligne élastique, polygone qui est représenté alors par la ligne brisée $A_1NPBQFC_1$.

De même, en prolongeant $c'b'$ jusqu'à la verticale de l'appui central, on obtient, à l'intersection de cette oblique avec la verticale de l'appui un point N qui détermine sur cette verticale, un segment

$$B_1N = \frac{M_1}{2}\left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2 \qquad \text{d'où} \qquad M_1 = 2B_1N\left(\frac{41,8}{34,2}\right)^2 = 38^{m}.$$

Figure 4. — Cette figure sert, en procédant comme à la figure 3, à déterminer le moment fléchissant sur pile, et les moments dans les deux travées, ainsi que les efforts tranchants sur pile et sur culée, dans la deuxième hypothèse.

Les conditions de cette hypothèse sont que la *deuxième travée* est *seule soumise à la surcharge.*

Dans ce cas, ainsi qu'on l'a vu ci-dessus,

$$f_0 = 227789 \qquad \text{et} \qquad f_1 = 1681718$$

représentés à l'échelle par

$$f_0 = 11^{m},3 \qquad \text{et} \qquad f'_1 = 84^{m},08.$$

NOTA. — La lettre N manque sur la figure 3, mais qu'on se la représente à l'intersection de $c'b'$ prolongé avec la verticale de l'appui B_1.

On porte donc les segments

$$A_1a'' = f_0 = 11^{\mathrm{m}},3 \qquad \text{et} \qquad C_1c'' = f_1\left(\frac{41,8}{34,2}\right)^2$$
$$= 84,08 \times \overline{1,222}^2 = f'_1 = 125^{\mathrm{m}},4.$$

Avec ces données et en traçant l'épure comme à la figure 3, on obtient

$$B_2D' = \frac{M_1}{2} = 25^{\mathrm{m}},2.$$

Le double de B_2D' porté en BD_2 dans l'épure 2 représente un moment de $1\,050\,000^{\mathrm{kgm}}$ environ ; c'est le moment sur pile dans cette hypothèse.

Enfin, en tirant les lignes AD_2 et CD_2 on séparera, dans les paraboles A*o*B, B*p*C les moments positifs des moments négatifs. On peut mesurer ces moments en chaque point, pour se rendre compte qu'ils sont comme les calculs l'ont indiqué. Ces lignes AD_2 et D_2C déterminent aussi, dans chaque polygone des forces correspondant, les efforts tranchants $A_0 - A'_0$ et $A_1 - A'_1$ résultant de cette surcharge. Elles déterminent enfin μ et x dans chaque travée.

Figure 5. — Cette figure comme les précédentes permet de trouver la longueur de l'ordonnée qui représente, à l'échelle de la figure, la moitié du moment fléchissant sur la pile.

Dans cette hypothèse les *deux travées* sont *chargées*.

On porte donc

$$A_3a''' = f'_0 = 59^{\mathrm{m}},2 \qquad \text{et} \qquad C_3c''' = 125^{\mathrm{m}},4$$

et on a

$$B_3D'' = \frac{M_1}{2}.$$

En portant sur la figure 2

$$BD_3 = 2B_3D'' = M_1$$

on trouve que

$$M_1 = 72^{\mathrm{m}},7$$

soit

$$M_1 = 1\,454\,000^{\mathrm{kgm}}$$

tonnes-mètres environ.

En tirant AD_3 et CD_3 on trouve μ et x pour chaque travée, ainsi que les valeurs $A_0 - A'_0$, A_1 et A'_1.

En résumé, tous les résultats obtenus par les procédés de la statique graphique vérifient les résultats obtenus par la méthode des calculs ordinaires. Il ne reste plus maintenant qu'à redresser les polygones des moments fléchissants en portant à partir d'une ligne horizontale les moments en chaque point de la poutre comme il a été fait sur la planche 11, ensuite on enveloppera les courbes des moments fléchissants d'un polygone de moments antifléchissants. On suivra aussi ce qui a été fait pour les efforts tranchants et la détermination des sections des barres de treillis.

Première remarque. — Si au lieu de prendre la travée l_0 comme base et de rapporter la travée l_1 à l_0, on avait pris la travée l_1 comme base d'opération,

Les segments A_1a', A_2a'', A_3a''' auraient été exprimés par la formule

$$f_0\left(\frac{l_0}{l_1}\right)^2,$$

tandis que les segments C_1c', C_2c'', C_3c''' auraient eu pour valeur f_1.

Dans ce cas, les moments $\frac{M_1}{2}$ se seraient mesurés en B_1N, à l'intersection des lignes $c'b'$ et $c''b''$ prolongés jusqu'à la verticale des appuis.

Deuxième remarque. — Dans le calcul de ces fermes longitudinales par la Statique graphique, en prenant dans chaque hypothèse les surcharges virtuelles uniformément réparties par mètre courant, indiquées au tableau de la page 136, nous avons voulu, tout en montrant le procédé graphique, vérifier les calculs de la méthode ordinaire. Mais il serait facile, au lieu d'établir les épures avec ces surcharges, de les établir avec les surcharges réelles, c'est-à-dire celles produites par le passage du train-type. Il suffisait pour cela de construire pour chacune des portées de $34^m,20$ et $41^m,80$, et par la Statique graphique, des épures de moments fléchis-

sants analogues à celles des fig. 1 et 2 de la pl. 3, dont le tracé a été développé pages 55 et 56.

Aux ordonnées de la courbe obtenue, on ajouterait les ordonnées de la parabole de la charge permanente et on obtiendrait ainsi la courbe exacte des moments fléchissants provenant de la surcharge roulante et de la charge permanente.

Ce sont ces deux courbes qui auraient remplacé les paraboles A*n*B et B*p*C de la fig. 2, pl. 12, et les moments obtenus sur cette courbe, et par les procédés graphiques des figures 3, 4 et 5 seraient alors les moments réellement produits par le passage du train type.

Le procédé graphique permet ce résultat sans aucune complication autre que celle de la recherche exacte des surfaces S'_0 et S'_1 résultantes, surfaces que l'on pourrait cependant apprécier encore assez exactement, par leur comparaison avec un segment parabolique réel de même flèche.

Troisième remarque. — La faiblesse de l'effort tranchant $A_0 = 1\,786^{kg}$ sur la pile pour la 2e hypothèse, nous démontre que si on diminuait encore le rapport $\frac{l_0}{l_1}$ on risquerait d'avoir A_0 presque nul ce qui serait un danger ; le pont n'aurait plus de charge suffisante sur la culée et pourrait même ne plus s'y appuyer, lorsque la seconde travée seule est chargée.

§ II

Pont à trois travées, de 140m,85 d'ouverture totale, pour routes de 7m,50 de largeur (Pl. 13 et 14).

I. — *Description sommaire.*

Cet ouvrage a une longueur de 140m,85 entre culées, l'ouverture totale a été divisée en trois travées, dont une centrale de 55 mètres et deux travées extrêmes égales de 44 mètres d'axe à axe des appuis. Le tablier qui est tout en fer,

est composé de deux poutres à caisson de $5^m,90$ de hauteur, espacées de $7^m,97$ d'axe à axe. Ces poutres sont reliées, à leur partie inférieure, par des pièces de pont de $0^m,870$ de hauteur, aux écartements de $2^m,895$, et par des entretoises de $0^m,420$ de hauteur à leur partie supérieure, placées au droit des pièces de pont aux écartements de $5^m,79$. Cinq lignes d'entretoises de $0^m,400$ de hauteur, courent parallèlement aux poutres, sur toute la longueur du tablier et s'attachent aux pièces de pont ; elles supportent quatre rangs de voûtes centrales de 11 centimètres d'épaisseur, sur lesquelles est établie la chaussée et deux autres rangs de voûtes de 6 centimètres d'épaisseur seulement, qui portent les trottoirs. Du dessus de la chaussée au-dessous des entretoises supérieures, il y a une hauteur libre de $4^m,30$, qui est réglementaire comme minimum, pour la circulation des voitures. Les tables supérieures des entretoises d'en haut et les tables inférieures des pièces de pont sont contreventées par des cornières en diagonales, qui s'opposent à la déformation du tablier. Chaque poutre principale est formée par deux poutres jumelées, dont les âmes sont à l'écartement de $0^m,350$, et chaque poutre jumelée a ses membrures distinctes de sa voisine, mais les deux poutres jumelées sont néanmoins assez bien entretoisées par les barres de treillis centrales, pour se solidariser dans le travail. Les âmes courantes des poutres n'ont que $0^m,800$ de hauteur, cependant les deux âmes inférieures qui bordent le trottoir ont $1^m,25$ de hauteur.

Les barres de treillis qui relient les deux poutres jumelées, travaillent à la compression, et sont de véritables poutrelles en fers plats et cornières. Les barres de treillis qui travaillent à la tension, sont fixées à l'extérieur des parois de la poutre ; ce sont des fers en ⊔ de différentes forces profilés ou composés.

Des travées. — En général, dans un pont à trois travées ou plus de trois travées, on fait les travées de rive égales entre elles et d'une longueur un peu moindre que la ou les travées centrales ; le rapport est de 4/5 pour les portées de

rive comparées aux travées centrales. Ce rapport est généralement adopté chaque fois que des circonstances forcées n'y viennent pas mettre opposition. Il est très convenable pour l'œil; de plus, il est obligatoire, si l'on veut que les poutres des travées extrêmes aient une section à peu près

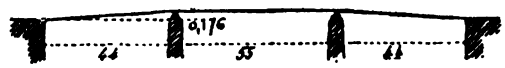


Fig. 104

semblable à celle des travées centrales, car celles-ci étant encastrées entre les deux autres, sous des charges égales, leur moment fléchissant est toujours moindre que celui qui se développe dans les travées extrêmes, qui sont simplement appuyées à une de leurs extrémités.

Ce sont ces considérations qui ont fait partager le débouché total en travers de 143 mètres en trois travées, dont la travée centrale a 55 mètres de portée et les travées extrêmes 44 mètres.

Pour le bon effet du coup d'œil d'ensemble de l'ouvrage et pour faciliter l'écoulement des eaux sur la chaussée, on a donné une pente longitudinale de 4 millimètres par mètre aux travées de rive, tandis que la travée centrale est en palier.

La différence de hauteur des appuis sur pile et sur culée provenant de ce fait est de $0,004 \times 44 = 0^m,176$. Cette différence n'est pas assez importante pour diminuer sensiblement l'exactitude des calculs, qui s'appliquent à une poutre reposant sur des appuis de niveau.

II. — *Calcul des entretoises.*

Ecartement des entretoises . . . . . $1^m,40$
Portée admise . . . . . $l = 2^m,89$

La charge permanente par mètre courant comprend :

Voûtes, chaussée et trottoir $1,40 \times 0,48 \times 1800 = 1210^{kg}$
Métal, poids propre de la pièce. . . . . $= 80$

Total. . . . . $1290^{kg} = p$

Le calcul des entretoises va être établi dans l'hypothèse du passage simultané de deux chariots de 16 tonnes, lorsque ces chariots sont au rapprochement minimum, comme l'indique la figure 106 ci-après. C'est alors, que l'entretoise comprise entre les deux roues centrales, distantes de $0^m,55$ l'une de l'autre, éprouve la plus grande fatigue.

Dans cette hypothèse, comme le pont est en fer, la fatigue moléculaire des entretoises ne devra pas dépasser un travail de

$$5^k,50 + 1,00 = 6^k,50.$$

Si à cette hypothèse on substitue celle du passage de deux files de tombereaux de 6 tonnes, avec surcharge des trottoirs, le travail ne doit pas être supérieur à $5^k,50$.

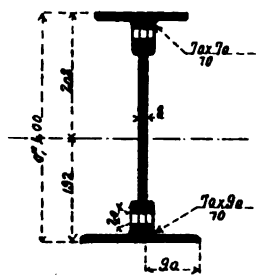


Fig. 105

Or, dans la disposition de la figure n° 106, lorsque les chariots de 16 tonnes sont arrivés au milieu de la portée, cette entretoise subit, à droite et à gauche, l'action combinée de deux roues de 4000^{kg}, qui donnent une charge totale :

$$Q = \left(4000 \times \frac{1,125}{1,40}\right)2 = 6428^{kg}.$$

Le moment fléchissant dû à cette surcharge et à la charge uniformément répartie $p = 1290^k$ est donc :

$$M = \frac{Pl}{4} + \frac{pl^2}{8} = \frac{6428 \times 2,89}{4} + \frac{1290 \times \overline{2,89}^2}{8},$$

$$M = 4644 + 1347 = 5991^{kgm}.$$

Ces entretoises ont la section ci-dessus (fig. 105) pour laquelle

$$\frac{I}{0,208} = 0,00095,$$

d'où

$$R = \frac{5991}{950} = 6^k,31.$$

Deuxième hypothèse. — Passage des tombereaux de 6 tonnes. Dans ce cas le moment afférent au passage de ces roues est les $\frac{3}{4}$ du moment déterminé par le passage des roues de 4000^{kg}, c'est-à-dire égal à

$$4644 \times \frac{3}{4} = 3483$$

et le moment total devient :

$$M' = 3483 + 1347 = 4830,$$

d'où

$$R' = \frac{4830}{950} = 5^{k},09.$$

La surcharge de 400^{kg} par mètre carré donnerait encore un travail moindre. Enfin, l'hypothèse où un tombereau de 11 tonnes et un tombereau de 6 tonnes marcheraient côte à côte, ne donnerait pas de résultat différant sensiblement du passage simultané de deux chariots de 16 tonnes envisagé ci-dessus.

III. — *Calcul des pièces de pont.*

Ecartement des pièces de pont. . . . . $2^{m},895$
Portée admise dans les calculs . . . . . $7^{m},60 = l$

Charge permanente par mètre courant, comprenant

Voûtes, chaussée et trottoir $2,895 \times 0,48 \times 1800 =$	2502^{k}	$3180^{kg} = p.$
Métal provenant des entretoises portées par la pièce de pont et de la pièce de pont elle-même. . . . . =	678	

Les hypothèses qui serviront à la détermination de la section seront celles qui seront prévues par la circulaire.

A ce propos, il y a intérêt à commencer par l'hypothèse du passage des chariots de 16 tonnes avec surcharge des trottoirs, ce qui permet la fatigue limite de 6^{k},50.

Dans cette hypothèse on suppose que deux chariots de 16 tonnes se croisent sur cette pièce de pont et que les deux

roues centrales sont à l'écartement minimum de $0^m,55$ résultant de la largeur de chaussée occupée par un chariot, largeur qui est de $2^m,25$ pour un écartement de $1^m,70$ (*Voir la circulaire ministérielle*). Alors, les 4 roues pesant $4\,000^{kg}$ chacune, occupent la position indiquée par la figure n° 106 ci-dessous et donnent sur l'appui une réaction qui a pour valeur

$$q = 4000 \times 2 = 8000^{kg}.$$

De sorte que le moment ou milieu de la portée et résultant de ces surcharges roulantes a pour valeur

$$\mathcal{M} = 8000\,\frac{7,60}{2} - 4000(0^m,275 + 0^m,275 + 1^m,70) = 21\,400^{kgm}.$$

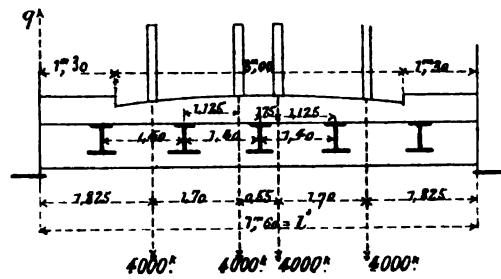


Fig. 106

La largeur des trottoirs étant de $1^m,30$, la surcharge de 400^{kg} sur chaque trottoir, produit entre les deux un moment fléchissant constant, qui a pour valeur :

$$\mathcal{M}' = 2,895 \times 400 \times \frac{\overline{1,30}^2}{2} = 1\,957^{kgm}.$$

Le moment $\mathcal{M}''$ au milieu de la portée et dû à la charge permanente est :

$$\mathcal{M}'' = \frac{pl^2}{8} = \frac{3180 \times \overline{7,60}^2}{8} = 22\,960^{kgm}.$$

Le moment fléchissant total au milieu de la portée est donc

$$M = 21\,400 + 1\,957 + 22\,960 = 46\,317^{kgm}.$$

La section ci-contre de la poutre en son milieu, donne, avec les 2 semelles :

$$\frac{I}{v} = 0{,}00774$$

d'où

$$R = \frac{46317}{7740} = 5^{kgm},98$$

par millimètre carré.

L'épure de flexion ci-après, détermine la longueur de la deuxième semelle de 9^{mm}, étant donné, que le rapport $\frac{I'}{v'}$ avec une seule semelle de 9^{mm} sur cornières est :

$$\frac{I'}{v'} = 0{,}00570.$$

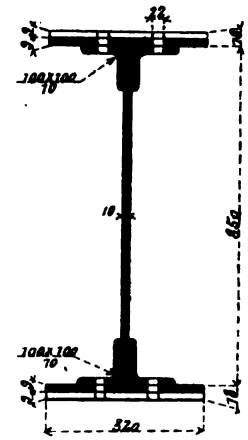


Fig. 107

Hypothèse du remplacement des chariots de 16 tonnes par des tombereaux de 6 tonnes :

Dans cette hypothèse, le moment fléchissant maximum se

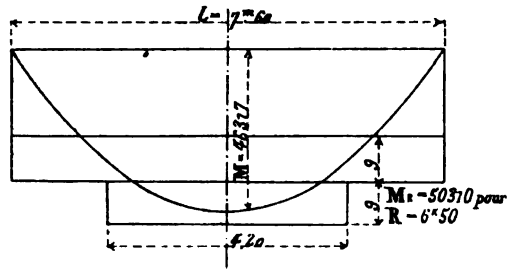


Fig. 108

produit lorsque les deux tombereaux de 6 tonnes sont encore dans la position de la figure 106, sur la même pièce de pont; alors le moment résultant, étant proportionnel au rapport du poids des roues du tombereau au poids des roues du chariot, on a

$$\mathcal{M} = 21\,400 \times \frac{3}{4} = 16050$$

d'où

$$M = 16050 + 1\,957 + 22960 = 40967^{kgm}$$

et

$$R = 5{,}98 \times \frac{40967}{46317} = 5^{k},26.$$

On sait qu'en effet dans cette hypothèse, R ne doit pas dépasser $5^{k},50$.

IV. — *Calcul des maîtresses poutres.*

Portées

$$l_0 = l_2 = 44^{m}, \qquad l_1 = 55^{m}.$$

Charge permanente par mètre courant de poutre.	Métal	Maîtresses poutres, pièces de pont et longerons, contreventement, etc	3500^{kg}
		Chaussées, voûtes et trottoirs $0{,}48 \times 7{,}60 \times 1800$	6566
		Total.	10066^{kg}

Soit en nombre rond 10100^{kg}.

On a vu page 121, que la plus grande fatigue, pour un pont de cette ouverture, était produite par le passage de deux files de chariots de 16 tonnes attelés chacun, de 8 chevaux sur deux files. Dans cette hypothèse, et aux termes du règlement, le travail du métal ne devra pas dépasser $7^{k},50$.

Comme le calcul des poutres continues à plusieurs travées est laborieux et qu'il serait trop long de le recommencer pour toutes les hypothèses de surcharge, on se contentera de déterminer la section des poutres pour le travail maximum qu'elles doivent éprouver sous le passage des chariots de 16 tonnes et on démontrera que dans tous les autres cas de surcharges, visés par l'article 17 du règlement, ce travail n'est pas supérieur à $6^{k},50$.

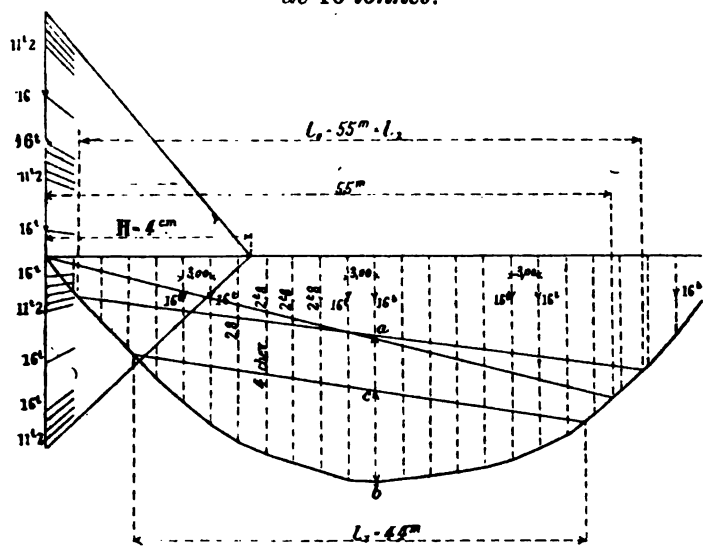
De plus, sur des portées aussi grandes, les charges des véhicules et des chevaux, sont relativement rapprochées les unes des autres, il en résulte qu'on altère très peu les résultats en remplaçant les charges roulantes par une charge virtuelle uniformément répartie à déterminer convenablement. Les épures se simplifient beaucoup et l'étude des charges défavorables, devient plus facile.

Pour déterminer la charge uniformément répartie, qui équivaut à la charge roulante, nous allons d'abord cons-

truire l'épure ci-dessous (fig. 109) qui donne les plus grands moments fléchissants produits dans des tabliers de 44 et 55 mètres de portée, par le passage d'une double file de chariots de 16 tonnes à deux essieux et attelés chacun de 8 chevaux.

On trouve, d'après cette épure, que le moment maximum produit par ces chariots est de 980000^{kgm} environ, pour la travée de 55 mètres et de 640000 pour la travée de 44 mètres; de plus, on remarque que les courbes engendrées sont sensiblement des paraboles. Cela confirme ce qui a été dit à l'avant-dernier paragraphe qui précède.

Courbe de flexion produite par le passage des chariots de 16 tonnes.



Echelles :
Longueurs 0^m,01 pour 5 mètres.
Forces 0^m,01 pour 20 tonnes.
Hauteur polaire H = 0^m,04.
Moments 0^m,01 pour 400 tonnes-mètres.
ab = 980000 kilogrammètres.
cb = 640000 kilogrammètres.

Fig. 109

A ces moments, il faut ajouter ceux qui proviennent de la surcharge supplémentaire de 400^{kg} par mètre carré de

trottoir. Pour chaque portée, cette surcharge supplémentaire et uniformément répartie est de $2^m,60 \times 400 = 1040^{kg}$ par mètre courant de tablier, produisant un moment fléchissant

$$M = \frac{1040 \times \overline{55}^2}{8} = 393250^{kgm},$$

pour la travée de 55 mètres et un moment

$$M' = \frac{1040 \times \overline{44}^2}{8} = 251680^{kgm},$$

pour la travée de 44 mètres.

De sorte que le moment total dû à la surcharge considérée est

$$\mu = 980000 + 393250 = 1373250^{kgm},$$

pour la travée de 55 mètres et de

$$\mu' = 640000 + 251680 = 891680^{kgm},$$

pour les travées de 44 mètres.

On en conclura que la charge uniformément répartie par mètre courant qui, dans la travée de 55 mètres, produit le même effet que la surcharge roulante et la surcharge des trottoirs est de

$$\varphi = \frac{1373250 \times 8}{\overline{55}^2} = 3530^{kg},$$

pour la portée de 55 mètres, et de

$$\varphi' = \frac{891680 \times 8}{\overline{44}^2} = 3683^{kg},$$

pour la portée de 44 mètres.

Comme on a forcé un peu la charge permanente, on peut adopter 3600^{kg} comme moyenne dans les 3 travées.

De sorte que le total de la charge et de la surcharge à considérer, pour l'ensemble des deux poutres sera de

$$10100 + 3600 = 13700^{kg}$$

par mètre courant de tablier et de

$$\frac{13700}{2} = 6850^{kg}$$

par mètre courant de poutre, tandis que la charge perma-

nente seule par mètre courant de poutre sera

$$\frac{10100}{2} = 5050^{kg}.$$

Telles sont les données qui vont servir de base à la détermination des moments fléchissants et des efforts tranchants sur piles et dans les travées. Par les indications qui précèdent, et pour des travées aussi grandes, on voit combien la surcharge roulante est peu importante par rapport à la somme de la charge permanente et de la surcharge des trottoirs, et combien, par conséquent, on s'écarte peu de la vérité en traduisant la charge de chaque travée par une charge virtuelle uniformément répartie par mètre courant, engendrant une parabole.

En reprenant les deux premières formules d'application du théorème des trois moments données aux pages 154 et 155, et posant :

$$l_0 = l_2, \qquad n = \frac{l_0}{l_1} \qquad \text{d'où} \qquad l_0 = nl_1 = l_2.$$

Enfin remarquant que $M_0 = 0$ et $M_3 = 0$,

Les deux premières formules deviennent

$$2(nl_1 + l_1)M_1 + l_1M_2 = \frac{1}{4}(p_0n^3l_1^3 + p_1l_1^3),$$

$$l_1M_1 + 2(l_1 + nl_1)M_2 = \frac{1}{4}(p_1l_1^3 + p_2n^3l_1^3).$$

La résolution de ces deux équations par rapport aux deux inconnues M_1 et M_2 donne

$$M_1 = \frac{l_1^3}{4} \times \frac{2(n^4 + n^3)p_0 + (2n + 1)p_1 - n^3p^2}{4n^2 + 8n + 3}, \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$M_2 = \frac{l_1}{4} \times \frac{2(n^4 + n^3)p_2 + (2n + 1)p_1 - n_3p_0}{4n^2 + 8n + 3}. \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Telles sont les deux formules qui déterminent les moments de rupture sur les appuis dans les diverses hypothèses de répartition de surcharge.

Les hypothèses à faire pour la distribution de la surcharge sur un pont à trois travées, et dont les travées extrêmes sont égales, sont les suivantes :

1° La première travée seule chargée.

2° La deuxième travée seule chargée.

3° Les deux travées contiguës seules chargées.

Ces trois hypothèses représentées par le diagramme ci-contre (fig. 110) comprennent les conditions les plus défavorables pour le travail du métal.

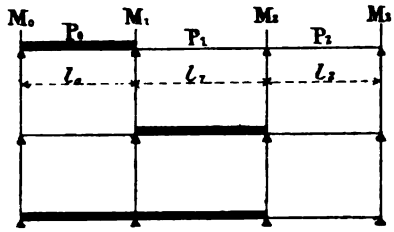


Fig. 110

On pourrait faire les deux autres hypothèses suivantes :

4° La troisième travée seule chargée.

5° Les deux dernières travées seules chargées.

Mais ces hypothèses 4 et 5 donneraient des résultats symétriques aux deux premières 1 et 3 ; il suffira d'en tenir compte dans l'épure.

Première hypothèse. — La première travée seule chargée.

$$p_0 = 6850^{kg}, \qquad p_1 = p_2 = 5050^{kg}.$$

$$l_0 = l_2 = 44^m,00, \qquad l_1 = 55^m,00, \qquad n = \frac{l_0}{l_1} = \frac{44}{55} = 0,80.$$

Sur la première pile, l'application des formules 1 et 2 ci-devant, donne :

$$M_1 = \frac{\overline{55}^2}{4} \times \frac{2(\overline{0,8}^4 + \overline{0,8}^3)6850 + (2 \times 0,8 + 1)5050 - \overline{0,8}^3 \times 5050}{4 \times \overline{0,8}^3 + 8 \times 0,8 + 3}$$

$$= 1\,454\,948^{kgm}$$

et $$M_2 = \frac{\overline{55}^2}{4} \times$$

$$\frac{2(\overline{0,8}^4 + \overline{0,8}^3)5050 + (2 \times 0,8 + 1)5050 - \overline{0,8}^3 \times 6850}{4 \times \overline{0,8}^3 + 8 \times 0,8 + 3}$$

$$= 1\,193\,895^{kgm}.$$

Première travée. — La détermination du moment fléchissant en un point de la première travée est toujours donnée par la formule générale (n° 2 page 155) qui, pour cette travée, sera de la forme :

$$\mu = M_0 + \frac{p_0 x^2}{2} - \left(\frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1 - M_0}{l_0}\right)x$$

Dans cette formule $M_0 = 0$ et μ devient maximum pour

$$x = \frac{l_0}{2} - \frac{M_1}{p_0 l_0} = \frac{44}{2} - \frac{1454948}{6850 \times 44} = 17^m,173,$$

donc

$$\mu = \frac{6850 \times \overline{17,173}^2}{2} - \left(\frac{6850 \times 44}{2} - \frac{1454948}{44}\right) 17,173$$
$$= -1006140^{kgm}.$$

Efforts tranchants. — De gauche :

$$A_0 = \frac{p_0 l_0}{2} - \frac{M_1}{l_0} = \frac{6850 \times 44}{2} - \frac{1454948}{44} = 117401^{kg}.$$

De droite :

$$A'_0 = p_0 l_0 - A_0 = 6850 \times 44 - 117401 = 184099^{kg}.$$

Deuxième travée :

$$\mu = M_1 + \frac{p_1 x^2}{2} - \left(\frac{p_1 l_1}{2} - \frac{M_2 - M_1}{l_1}\right) x,$$

qui devient maximum pour

$$x = \frac{l_1}{2} - \frac{M_2 - M_1}{p_1 l_1} = \frac{55}{2} - \frac{1193895 - 1454948}{5050 \times 55} = 28^m,400$$

d'où

$$\mu = 1454948 + \frac{5050 \times \overline{28400}^2}{2} - \left(\frac{5050 \times 55}{2}\right.$$
$$\left. - \frac{1193895 - 1454948}{55}\right) 28,400 = -566944^{kgm}.$$

Efforts tranchants. — De gauche :

$$A_1 = \frac{5050 \times 55}{2} - \frac{1193895 - 1454948}{55} = 143639^{kg}.$$

De droite :

$$A'_1 = 5050 \times 55 - 143639 = 134111^{kg}.$$

Troisième travée :

$$\mu = M_2 + \frac{p_2 x^2}{2} - \left(\frac{p_2 l_2}{2} - \frac{M_3 - M_2}{l_2}\right) x$$

et comme $M_3 = 0$,

$$\mu + M_2 + \frac{p_2 x^2}{2} - \left(\frac{p_2 l_2}{2} + \frac{M_2}{l_2}\right) x$$

et devient maximum pour

$$x = \frac{l_2}{2} + \frac{M_2}{p_2 l_2} = \frac{44}{2} + \frac{1\,193\,895}{5\,050 \times 44} = 27^m,373,$$

donc

$$\mu = 1\,193\,895 + \frac{5\,050 \times \overline{27,373}^2}{2} - \left(\frac{5\,050 \times 44}{2} + \frac{1\,193\,895}{44}\right) 27,506 = -698\,759^{kgm}.$$

$$A_2 = \frac{5\,050 \times 44}{2} + \frac{1\,193\,895}{44} = 138\,234^{kg},$$

$$A'_2 = 5\,050 \times 44 - 138\,234 = 83\,966^{kg}.$$

En continuant les calculs pour les deux autres hypothèses on déterminerait tous les éléments nécessaires pour la construction des épures des moments fléchissants, et des efforts tranchants, mais on va continuer la détermination de ces éléments par l'application de la Statique graphique. Cette méthode pourra présenter une certaine économie de temps. et vérifier en même temps, les calculs de la première hypothèse.

V. — *Détermination des Moments fléchissants et des efforts tranchants par la statique graphique* (pl. 14).

En se reportant à la méthode expliquée et suivie pour le pont précédent, on construira dans la figure n° 2 les 6 paraboles des moments fléchissants que produiraient les charges uniformément réparties de $6\,850^{kg}$ et $5\,050^{kg}$, dans chaque travée, considérée comme isolée.

Ces charges donnent, dans les travées de 44^m, des moments

$$\frac{6\,850 \times \overline{44}^2}{8} = 1\,657\,700^{kgm}$$

pour la charge et la surcharge et de

$$\frac{5\,050 \times \overline{44}^2}{8} = 1\,222\,100^{kgm}$$

pour la charge permanente seulement. Les moments sont indiqués à l'échelle de 1 centimètre pour 400 tonnes-mètres sur la figure et représentés, le premier, par une parabole de

$41^{m}/^{m},44$ de flèche et le second, par une parabole de $30^{m}/^{m},55$ de flèche.

De même, dans la travée centrale, le moment fléchissant maximum pour le cas de charge et surcharge est de

$$\frac{6850 \times \overline{55}^2}{8} = 2590156^{kgm};$$

représenté par une flèche

$$f = 64^{m},75$$

et le moment maximum dû à la charge permanente seule est

$$\frac{5050 \times \overline{55}^2}{8} = 1909530^{kgm},$$

représenté par une flèche

$$f_1 = 47^{m},74.$$

Remarquons en passant que sur 6 paraboles, il n'y en a en réalité que deux qui diffèrent entre elles : celles qui ont pour paramètre $\frac{1}{6850}$ et celles qui ont pour paramètre $\frac{1}{5050}$. Donc, avec les patrons des grandes courbes, tracées dans les travées centrales, on pourra tracer également les grandes courbes des travées de rive. De même, le patron de la petite parabole de la travée centrale servira à tracer les petites paraboles des travées de rive.

Nous rappelons, comme on l'a fait observer au pont à 2 travées, que les courbes des travées de rive sont aussi les polygones funiculaires obtenus à l'aide des polygones des forces, RST, UVQ, dont les bases ont été divisées en un grand nombre de parties égales et ces bases ont pour valeurs :

$$RT = p'_0 l_0 = 6850 \times 44 = 301440^{kg}$$

et

$$UV = p_0 l_0 = 5050 \times 44 = 222200^{kg}.$$

Il en est de même des polygones XYZ et X'Y'U', dont les bases sont

$$XZ = p'_1 l_1 = 6850 \times 55 = 376750^{kg}$$

et

$$X'Z' = p_1 l_1 = 5050 \times 55 = 277750^{kg}$$

et détermineraient les deux courbes de la travée centrale. Ces polygones ont même hauteur polaire $H = 4^{c}/^{m}$.

Fig. 3. — Cette figure a pour but de déterminer les quatre *points fixes* $F_0F_1F'_1$ et F_2 en suivant le procédé indiqué au pont précédent, procédé que l'on complétera, pour la travée centrale, en menant les lignes inclinées F_1G et F'_1H par les points F_1 et F'_1 une fois déterminés.

Fig. 4. — *Première hypothèse de surcharge.* Après avoir tracé les quatre verticales au tiers, les deux verticales adjacentes et les quatre verticales des points fixes, on détermine, par un procédé analogue à celui qui a été décrit, les moments fléchissants sur les appuis, en même temps que le polygone des tangentes à la ligne élastique, pour le cas de la première hypothèse de surcharge, c'est-à-dire *la première travée seule chargée.*

Dans ce cas, on sait que

$$p_0 = 6850^{kg} \qquad \text{et} \qquad p_1 = p_2 = 5050^{kg}.$$

On porte sur la verticale et en dessous le l'appui A_2 un segment dont la longueur A_2d' est déduite de l'expression générale

$$A_2a' = \frac{3S_0d_1}{l_0^2}$$

pour le cas d'une figure polygonale. Or, pour le cas d'un segment parabolique, on sait que

$$d_1 = \frac{l_0}{2}$$

et alors

$$A_2a' = f_0 = 41^{m},44.$$

Sur la verticale de l'appui D_2, on porte aussi

$$D_2d' = f_2 = 30^{m},55,$$

c'est la flèche de la parabole correspondante à la charge permanente, dans la 3e travée. Dans la travée centrale on porte, au dessous des points B_2 et C_2 des segments B_2B_3, C_2C_3 égaux entre eux et ayant chacun pour longueur

$$f_1\left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2 = 47,74 \times \overline{1,25}^2 = 74^{m},59$$

puisque la flèche de la parabole de la charge permanente est de $47^{m}/^{m},74$ dans cette travée et que nous prenons comme base d'échelle, pour ces segments la travée $l_0 = 44^{m} = l_2$.

Après avoir tiré les lignes $a'b$ et $d'g$ ainsi que les lignes croisées B_2C_3 et C_2B_3, on porte, sur les verticales des points fixes de la travée centrale, des segments bh et gi respectivement égaux aux segments $b'h'$ et $g'i'$, découpés par les lignes croisées, sur les verticales des points fixes.

En tirant ik et hl, passant par les points B_2, C_2 puis im et hn, enfin $a'm$ et $d'n$, puis en déterminant, comme il a été dit plus haut, le polygone des tangentes à la ligne élastique, on remarquera que les lignes $a'm$ et $d'n$ déterminent, sur les verticales des appuis, des segments B_2G et C_2E respectivement égaux à la moitié des moments fléchissants M_1 et M_2 sur ces piles.

Dans la figure 2 on porte

$$BI = 2B_2C = M_1 \qquad \text{et} \qquad CH = 2C_2E = M_2.$$

Ce sont les moments

$$M_1 = 1\,454\,900^{kgm} \qquad \text{et} \qquad M_2 = 1\,193\,800^{kgm}$$

trouvés précédemment par le calcul.

Enfin, en joignant AI, IH et HD ; ces 3 lignes limitent, dans chaque travée, les moments positifs et les moments négatifs ; elles y déterminent aussi les valeurs de x et de μ telles qu'on les a trouvées par le calcul.

D'autre part, en menant, dans les polygones des forces RST, X'Y'Z' et UQV de la figure 2, des parallèles aux lignes AI, IH, HD, on détermine les efforts tranchants A_0 et A'_0, pour la travée l_0 ; A_1 et A'_1 pour la travée centrale ; enfin A_2 et A'_2 pour la travée l_2 non chargée.

La figure 4 donne aussi comme vérification

$$B_2O = \frac{M_1}{2}\left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2.$$

Figure 5. — Cette figure sert à déterminer les résultats recherchés dans la figure 4, pour l'hypothèse de « *la deuxième travée seule chargée* ».

Dans ce cas, la flèche de la première travée est

$$f_0 = 30^{m},5\,;$$

celle de la seconde

$$f_1 = 64{,}7$$

et celle de la troisième

$$f_2 = 30^{m},5.$$

On porte les segments verticaux

$$A_3a'' = 30^{m},5 = D_3d''$$

et B_3X et C_3Y égaux entre eux et à

$$f_1\left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2 = 64{,}75 \times \overline{1{,}25}^2 = 101^{m},17,$$

puis on tire les lignes croisées B_2Y et C_2X.

Elles déterminent, sur les verticales des points fixes, les segments rs et tu, que l'on porte respectivement en vx et yz, pour déterminer les points x et z.

On peut alors tracer les lignes principales zm' et xn', qui permettent de terminer la construction de toute la figure et le polygone des tangentes.

On obtient ainsi les segments $\frac{M_1}{2}$ et $\frac{M_2}{2}$ sur les verticales des appuis, etc..., et, tous les éléments nécessaires pour compléter la figure 2 par le tracé des droites AI' — IH' et H'D.

Fig. 6. — Solution de l'hypothèse. *Les deux premières travées seules sont chargées.*

Ici le segment

$$A_4a''' = f_0 = 41^{m},4;$$

le segment

$$D_4d''' = f_2 = 30^{m},5$$

et enfin les segments v_1x_1 et y_1z_1 sont respectivement égaux aux précédents vx et yz.

Par suite, l'ordonnée

$$B_4G_4 = \frac{M_1}{2}$$

et l'ordonnée

$$C_4E_4 = \frac{M_2}{2},$$

permettent de compléter la figure 2.

Avec les résultats déterminés par ces trois hypothèses,

on pourra dresser le tableau suivant, qui contient tous les éléments nécessaires à la construction de l'épure définitive des moments fléchissants et des moments anti-fléchissants (fig. n° 1, Pl. 14).

Première hypothèse. — La première travée seule chargée.

$$p_0 = 6850^{kg}, \qquad p_1 = p_2 = 5050^{kg},$$
$$M_1 = 1454948^{kgm}, \qquad M_2 = 1193895^{kgm}.$$

1re *Travée.*	2e *Travée.*	3e *Travée.*
$x = 17^m,17$,	$x = 28^m,40$,	$x = 27^m,37$,
$\mu = -1006140^{kgm}$,	$\mu = -566944^{kgm}$,	$\mu = -698759^{kgm}$,
$A_0 = 117401^{kg}$,	$A_1 = 143639^{kg}$,	$A_2 = 138234^{kg}$,
$A'_0 = 184099^{kg}$.	$A'_1 = 134111^{kg}$.	$A'_2 = 83966^{kg}$.

Deuxième hypothèse. — La deuxième travée seule chargée.

$$p_0 = p_2 = 5050^{kg}, \qquad p_1 = 6850^{kg},$$
$$M_1 = 1540000^{kgm}, \qquad M_2 = 1540000^{kgm}.$$

$x = 16^m,00$,	$x = 27^m,50$,	$x = 28^m,00$,
$\mu = -584000^{kgm}$,	$\mu = -1040000^{kgm}$,	$\mu = -560000^{kgm}$,
$A_0 = 78200^{kg}$,	$A_1 = 188375^{kg}$,	$A_2 = 144000^{kg}$,
$A'_0 = 144000^{kg}$.	$A'_1 = 188375^{kg}$.	$A'_2 = 78200^{kg}$.

Troisième hypothèse. — Les deux premières travées seules chargée.

$$p_0 = p_1 = 6850^{kg}, \qquad p_2 = 5050^{kg},$$
$$M_1 = 1760000^{kgm}, \qquad M_2 = 1480000^{kgm}.$$

$x = 16^m,30$,	$x = 28^m,00$,	$x = 28^m,00$,
$\mu = -890000^{kgm}$,	$\mu = -960000^{kgm}$,	$\mu = -600000^{kgm}$,
$A_0 = 110500^{kg}$,	$A_1 = 195000^{kg}$,	$A_2 = 142000^{kg}$,
$A'_0 = 191000^{kg}$.	$A'_1 = 181750^{kg}$.	$A'_2 = 80200^{kg}$.

On a remarqué que dans la figure 2, les lignes de partage des moments positifs des moments négatifs sont inclinées par rapport à l'horizontale, comme cette disposition créerait une grande difficulté pour l'établissement des moments résistants, la figure 1 de la Pl. 14 a pour but de compter ces moments à partir de l'horizontale et de tracer les paraboles de flexion, comme il a été indiqué au pont de deux travées.

Les deux grands patrons qui ont servi à tracer les deux paraboles de la travée centrale, serviront au tracé de toutes

les courbes, dont le tableau indique les valeurs des x, c'est-à-dire les distances des sommets à la verticale de l'appui voisin de gauche.

La construction du polygone des moments résistants ou anti-fléchissants se fera comme d'usage, en ayant soin de donner aux poutres les mêmes résistances sur la deuxième pile et dans la troisième travée, que celles qui ont été trouvées nécessaires par l'étude de la première et de la troisième hypothèse. Cette disposition est obligatoire, pour satisfaire aux deux hypothèses 4 et 5 qui n'ont pas été étudiées, mais qui donneraient des résultats identiques à la première et à la troisième du tableau ci-devant.

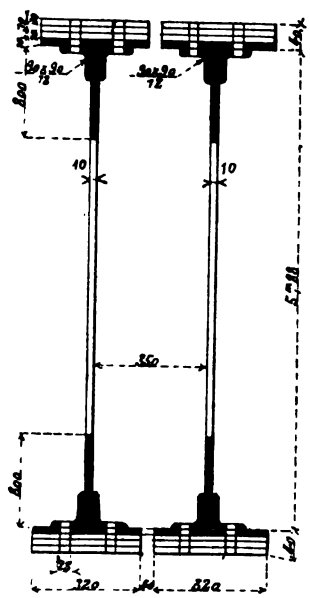


Fig. 111.

La recherche des moments d'inertie de la poutre donne les résultats suivants, pour la section nette.

Avec une seule semelle de 10m/m sur cornières

$$\frac{I}{v} = 0,14278$$

pour les deux sections jumelées.

Ce qui, au milieu des travées donne un travail maximum

$$R = \frac{1\,040\,000}{142\,780} = 7^{kg},39$$

par millim. carré.

Avec deux semelles de 10m/m

$$\frac{I'}{v'} = 0,17461.$$

Avec trois semelles de 10m/m

$$\frac{I''}{v''} = 0,20644.$$

Avec quatre semelles de 10m/m

$$\frac{I'''}{v'''} = 0,2382.$$

Les trous de rivets ont 23m/m de diamètre.

Avec quatre semelles de $10_m/_m$ d'épaisseur, le travail maximum sur piles est

$$R = \frac{1\,760\,000}{238\,200} = 7^k39.$$

Les moments résistants indiqués sur l'épure n° 1, ont été obtenus pour une fatigue moléculaire de $7^k,5$ par millim. carré en résolvant la formule

$$M_R = \frac{I}{v} \times 7,5 \times \overline{10}^9.$$

Les longueurs de semelles sont déterminées comme d'habitude.

Il y a lieu de remarquer que chaque poutre à caisson est composée de deux poutrelles jumelées, comme l'indique la section, (fig. 111) et que ces poutres jumelées sont intimement reliées entre elles, par les barres de treillis comprises entre les deux âmes et par un gousset normal à ces deux âmes et placé au droit et dans le prolongement de chaque pièce de pont. Cette disposition de maîtresse poutre ainsi dédoublée est récente ; elle donne de la facilité à la fabrication, et ne permet pas à l'eau ou à la neige de s'accumuler dans le caisson inférieur, comme si la table était d'une seule largeur de $680^m/^m$.

Avec une table d'une seule largeur, comme on a construit les poutres à double paroi jusqu'à ce jour, on était souvent obligé, pour faciliter l'écoulement des eaux, qui s'accumulaient dans le fond du caisson inférieur, de percer des trous dans le milieu de la largeur des tôles. On arrivait ainsi à diminuer notablement la section de la table et sa résistance.

VI. — *Calcul des barres de treillis.*

L'effort tranchant maximum dans une travée est de $195\,000^{kg}$ près de la 2e pile ; cet effort est équilibré par quatre barres de treillis, dont deux à l'intérieur des poutres, en forme de fers H composés et deux à l'extérieur des poutres en forme de fers en ⊔ également composés d'une âme et de cornières.

L'inclinaison des treillis étant de 45°, chaque barre est

NUMÉROS des panneaux	EFFORT tranchant maximum dans chaque barre	COMPOSITION de la barre	SECTION nette de la barre en millimètres carrés	TRAVAIL par millimètre carré	NOMBRE de rivets d'attache	TRAVAIL des rivets d'attache	OBSERVATIONS
	kg			kg		kg	
1, 2, 3, 4 et 5 2', 3' et 4'	68000		14375	4,73	40 rivets de 22m/m	4,47	Poutre pleine
	68000		7018×2 soit 14038	4,84	20 rivets de 22m/m pour chaque barre	4,47	
6, 7, 8 5', 6', 7'	51000		10143	5,02	30 rivets de 22m/m	4,51	Poutre pleine
	51000		4600×2 soit 9200	5,54	15 rivets de 22m/m pour chaque barre	4,51	
9, 10 8'	40200		8230	4,88	28 rivets de 20m/m	4,57	Poutre pleine
	40200		4000×2 soit 8000	5,00	14 rivets de 20m/m pour chaque barre	4,57	
9', 10' 11', 12' et 13'	31000		5600	5,52	22 rivets de 20m/m	4,49	Poutre en treillis
	31000		3000×2 soit 6000	5,16	11 rivets de 20m/m pour chaque barre	4,49	

soumise à un effort maximum

$$f = \frac{A}{4 \cos 45^\circ} = \frac{195000}{4 \times 0,707} = 68933^{kg}.$$

Dans les travées de rive il est de

$$\frac{117401}{4 \times 0,707} = 41513^{kg},$$

au maximum pour chaque barre et près des culées.

Enfin, la troisième hypothèse, donne un maximum de

$$\frac{191000}{4 \times 0,707} = 67539^{kg},$$

dans chaque travée de rive près des appuis.

Après avoir, pour les raisons énoncées au projet précédent, remplacé les lignes obliques représentant les efforts dans chaque barre, par des lignes en gradin, on dresse le tableau ci-dessus, qui indique le travail de chaque barre, dans les diverses parties de la longueur des poutres.

VII. — *Travail des poutres sous l'action d'une surcharge uniformément répartie de* 400^{kg} *par mètre carré.*

La surcharge de 400^{kg} par mètre carré, répartie sur tout le pont, qui a une largeur de $7^m,60$ serait de

$$400 \times 7,60 = 3040^{kg}$$

par mètre courant de tablier ; cette surcharge, ajoutée à la charge permanente de 10100^{kg} déjà trouvée, donnerait un total de

$$\frac{10100 + 3040}{2} = 6570^{kg}$$

par mètre courant de poutre.

Or, la surcharge maximum produite par le passage des chariots de 16 tonnes a été trouvée équivalente à une charge uniformément répartie de 6850^{kg}, chiffre supérieur à 6570^{kg}.

Donc le rapport des moments fléchissants que produirait la surcharge de 400^{kg}, aux moments fléchissants que produit le passage des chariots de 16 tonnes est sensiblement le même que celui de 6570^{kg} à 6850^{kg}, soit

$$\frac{6570}{6850} = 0,959.$$

Par suite, le travail des fers dans les deux cas, sera dans le rapport de 1 à 0,959.

En résumé, dans le cas où la surcharge roulante produite par les chariots de 16 tonnes est remplacée par la surcharge de 400^{kg}, les poutres travaillent à

$$7,39 \times 0,959 = 7^{kg},08$$

sur les piles, et à

$$7,39 \times 0,959 = 7^{kg},08$$

dans la travée centrale.

Cette fatigue moléculaire dépasse un peu le coefficient de $6^{kg},50$ indiqué par l'article 2 du règlement, mais on remarquera que le même article autorise à dépasser légèrement le coefficient pour le cas où, comme celui qui nous occupe, la portée dépasse 30 mètres.

VIII. — *Détermination approximative de la flèche dans une travée.*

Quelle que soit la travée, la flèche maximum se produira toujours au point où le moment fléchissant est maximum. Si l'on considère la première travée de gauche, la flèche se mesurera donc au sommet de la parabole, en *d*, dans la première hypothèse.

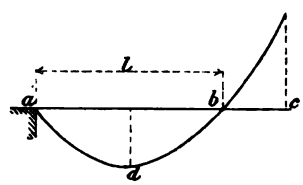


Fig. 112

Pour la calculer, considérons le point *b* symétrique du point *a* par rapport à l'axe de cette courbe ; la poutre de portée *ab* pourra être considérée comme simplement appuyée en *a* et *b*, et son moment fléchissant en *d* pourra alors s'obtenir par la formule

$$\mu = \frac{pl^2}{8} = 1006140.$$

La flèche *f* en *d* sera donnée par la formule habituelle :

$$f = \frac{5pl^4}{384EI}.$$

Si l'on remplace, en posant

$$p = 6850^{kg},$$

$$l = 17,17 \times 2 = 34^{m},34, \qquad E = 16 \times \overline{10}^{9},$$

$$I = \frac{I}{v} v = 0,14278 \times \frac{5,90}{2} = 0,4212,$$

on a

$$f = \frac{5 \times 6850 \times \overline{34,34}^4}{384 \times 16000000000 \times 0,4212} = 0^m,0184.$$

Mais pour tenir compte de l'abaissement de la poutre depuis l'appui de droite jusqu'au point *b*, on augmentera la valeur de *f* trouvée ci-dessus, de la quantité $\frac{f}{8}$, de sorte que la flèche totale sera très approximativement

$$F = 0,0184 + \frac{0,0184}{8} = 0^m,0207;$$

quoique approximative, cette façon de déterminer la flèche est suffisante pour la pratique.

Dans une travée intermédiaire, on la calculerait à peu près de la même façon en augmentant *f* de $\frac{f}{6}$, pour tenir compte du double abaissement de la poutre, à droite et à gauche, depuis les appuis jusqu'aux points où le moment fléchissant est nul.

Il est bien évident que la flèche permanente, qui est une fraction de la flèche totale est égale à la flèche totale multipliée par le rapport de la charge permanente 5050^{kg} à la charge totale de 6850^{kg} comprenant la charge permanente et la surcharge.

La flèche due à la charge permanente seule serait donc ici de

$$0,0207 \times \frac{5050}{6850} = 0,0152.$$

La flèche supplémentaire due à la surcharge seule est donc de

$$0,0207 - 0,0152 = 0^m,0055.$$

Lorsqu'on procède aux essais d'un pont métallique, on mesure ordinairement la flèche produite par la surcharge au moyen de l'*enregistreur système Rabut* dont il est parlé page 236.

Il faut donc toujours, dans la note de calcul accompagnant les projets des ponts métalliques, déterminer les flèches produites par le passage des surcharges.

Ces mesures de flèches se font en exécution de l'article 9, § 5, *du règlement ministériel.*

On pourra aussi les calculer par le procédé graphique,

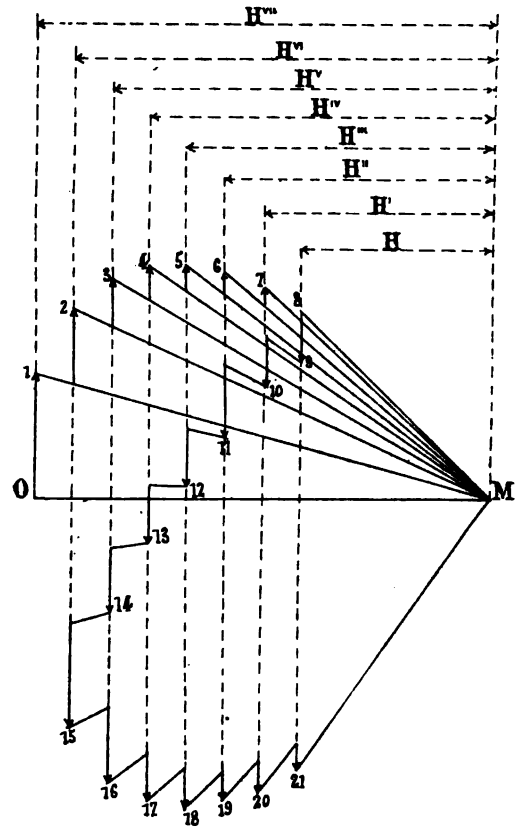


Fig. 113

indiqué, pages 39 à 41, pour la poutre encastrée à ses extrémités. Il suffira pour cela de tracer le polygone funiculaire représentant la déformation de la poutre, d'après un polygone de forces du type de la figure 113 ci-dessus, dans lequel les éléments de surfaces sont portés de bas en haut, si ces surfaces appartiennent à des moments positifs, et de haut en bas, si elles appartiennent à des moments négatifs. De plus, ces forces seront portées à des distances polaires, H, H',

H'', ..., H^{vii}, si la poutre, au point considéré, est munie de une, deux, trois, ..., sept semelles ; c'est-à-dire des hauteurs polaires proportionnelles aux $\frac{1}{v}$, de la poutre aux points où sont pris les éléments de surface des moments fléchissants, comme dans l'épure du pont à deux travées de la Planche 11.

— La flèche totale des poutres de ponts métalliques est en général de un demi-millimètre à huit dixièmes de millimètre par mètre de portée.

IX. — *Résistance des poutres à l'écrasement sur les appuis.*

1° *Sur la pile.* — En ce point, le maximum de la réaction verticale est :

$$A'_0 + A_1 = 191000 + 195000 = 386000^{kg}.$$

La section horizontale de la poutre à l'aplomb de la pile donne, d'après la *fig.* 114 ci-contre :

$$\Omega = 71000^{m^2},$$

d'où

$$R = \frac{386000}{71000} = 5^{kg},29 ;$$

2° *Sur la culée* : La réaction verticale sur culée est égale à l'effort tranchant maximum.

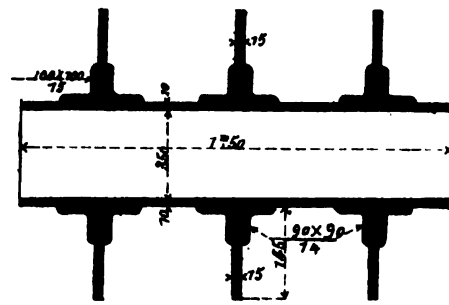


Fig. 114.

$$A_0 = 117401^{kg}.$$

La section horizontale du panneau correspondant à cet appui donne

$$\Omega = 49640 \text{ millimètres carrés.}$$

d'où

$$R = \frac{117401}{49640} = 2^{kg},37.$$

X. — *Des appuis.* — Les dimensions des appuis ont été calculées pour que les sommiers en pierre travaillent environ à 25^{kg} par centimètre carré au maximum.

Sur les piles, la charge totale étant de 386000^{kg}, la base

d'application de l'appui à $1^m,860$ de long sur $1^m,10$ de large, soit une surface de

$$186 \times 110 = 18600 \text{ cent. car.}$$

d'où

$$R = \frac{386000}{18600} = 20^{kg},80$$

par centimètre carré.

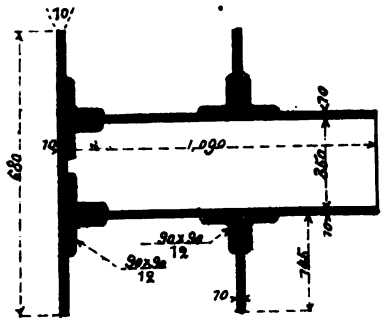


Fig. 115.

Sur la culée on a

$$A_0 = 117401^{kg}.$$

La base de l'appui a $1^m,30$ de long sur 1 mètre de large, soit

$$130 \times 100 = 13000 \text{ centimètres carrés, donc}$$

$$R = \frac{117401}{13000} = 9^{kg},03 \text{ par centimètre carré.}$$

Les bases des appuis sont emprisonnées dans un cadre en cornières de $\frac{100 \times 80}{12}$ fixé sur la maçonnerie au moyen de boulons de scellement.

La partie supérieure de l'appui fixe posé sur pile est la

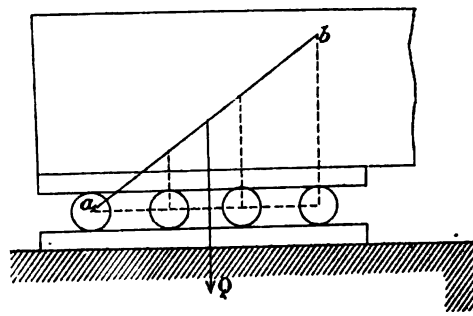


Fig. 116

même que celle des appuis mobiles, mais la partie inférieure est d'une seule pièce en fonte.

Les rouleaux sont en fonte, et ils ont été calculés comme précédemment.

Les deux types d'appuis employés pour ces deux projets ont un avantage sur le modèle qui figure dans le pont de 18 mètres étudié précédemment (pl. 8).

En effet, dans le mode d'appui ci-devant (fig. 116), qui est le plus simple possible, la pression totale Q se répartit sur chacun des rouleaux, à peu près suivant les ordonnées d'une ligne droite *ab*; la somme des ordonnées de cette droite étant égale à Q; le dernier galet de gauche ne supporte presque pas de charge, tandis que le galet de droite, près du bord de la culée, est le plus chargé.

Les appareils de roulement travaillent donc inégalement et comme les diamètres doivent être calculés d'après le galet plus chargé, les calculs conduisent toujours à donner un grand diamètre aux galets et à répartir la charge sur un grand nombre.

Le système ci-contre à genouillère, présente l'avantage de répartir également la pression sur chaque galet, et de faciliter, en outre, la flexion de la poutre sur l'appui fixé sous la table.

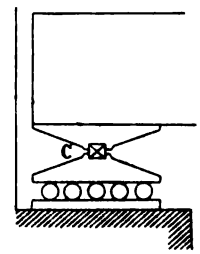


Fig. 117

Reste à examiner le choix du type de galets.

Le galet complètement cylindrique employé dans le premier projet, tient en largeur un espace plus grand que le galet méplat employé dans le dernier projet, partant, il faut une plus grande longueur d'appui avec le galet complètement cylindrique qu'avec le galet méplat. Cependant, il serait impossible d'employer le galet méplat pour une poutre qui, étant d'une grande longueur, aurait un allongement de dilatation de $0^m,150$ à $0^m,200$ à chaque extrémité; ce type de galet ne permettrait pas ce déplacement.

Dans ce dernier projet, l'allongement pour dilatation sur pile, en supposant une variation de température de 50° serait d'environ :

$$(55 + 44)0,000012 \times 50 = 0^m,0594.$$

Pour en terminer avec la question des appuis, faisons remarquer que la clavette C à portée supérieure arrondie des appuis des types de la planche 13, ou la rotule des appuis de la planche 10, sont souvent remplacées par un mandrin en acier à section complètement circulaire de 100 à 180 de diamètre, s'encastrant par moitié dans chaque appui et terminé

à chaque extrémité par une tête faisant saillie sur les joues de ces appuis.

§ III

Calculs de résistance des poutres pendant le lançage du tablier.

Les poutres continues se mettent facilement en place par lançage, comme l'indique la figure n° 118 ci-contre, mais pendant cette opération, il se développe des efforts, notamment dans les barres de treillis, qu'il est bon de contrôler et qui conduisent quelquefois au renforcement partiel de ces barres.

Les membrures ont à résister à une flexion que l'on peut déterminer aisément par la recherche du moment fléchissant maximum ; les barres de treillis, de leur côté, ont à résister à la réaction de l'appui, lorsque leur attache passe sur les

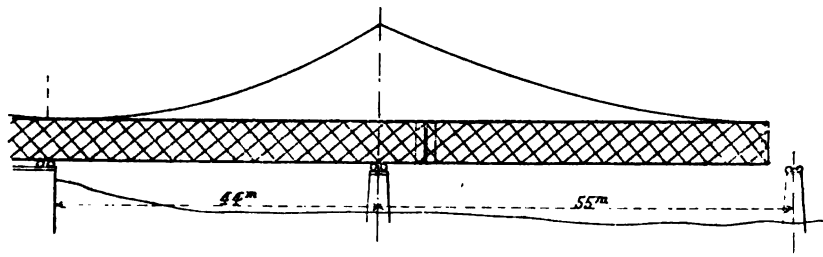


Fig. 118.

galets de roulement. Or, le moment fléchissant maximum se développe lorsque le porte à faux atteint lui-même son maximum, c'est-à-dire lorsque la tête du tablier va atteindre la deuxième pile.

Dans cette position, la poutre a environ 54^{mèt} de porte à faux et le moment sur pile est :

$$M = \frac{pl^2}{2} = \frac{1750 \times \overline{54}^2}{2} = 255150^{kgm},$$

1 750^{kg} étant le demi-poids du métal par mètre courant de tablier.

La section de la poutre, qui n'a en cet endroit qu'une seule semelle à la membrure donne

$$\frac{I}{v} = 0,14278,$$

d'où :

$$R = \frac{255150}{142780} = 1^{k},79.$$

Par la connaissance du moment sur la pile et à l'aide d'un patron de parabole d'un paramètre égal à $\frac{1}{1750}$, on peut facilement tracer les courbes représentatives des moments fléchissants sur toute la longueur de la poutre, comme il est indiqué à la partie supérieure de la figure 118.

On déterminera le travail des barres de treillis en remarquant que la réaction sur la pile n'est autre chose que la somme des efforts tranchants de droite et de gauche sur l'appui. Or, ce dernier peut être au maximum de 1750×44 et celui de droite est égal à 1750×54; cette réaction est donc au maximum :

$$1750(44 + 54) = 169750^{kg}.$$

Soit par barre et dans la direction d'une barre un effort :

$$f = \frac{169750}{4 \times 0,707} = 60000^{kg}.$$

Sur le tableau de la page 214, on voit que cet effort est inférieur à celui qu'ont à subir les barres des panneaux qui sont situés près des piles sous la charge du tablier. En conséquence, pendant le lançage du pont, le travail des barres de treillis sera inférieur à $4^{kg},73$.

Sous l'action du porte à faux, la tête du pont s'abaissera d'une quantité égale à la flèche qu'il est bon de connaître pour disposer convenablement les appuis.

Cette flèche sera facile à déterminer par la formule

$$f = \frac{pl^4}{8EI},$$

dans laquelle on fera

$$l = 54^{m} \qquad \text{et} \qquad p = 1750^{kg}.$$

CHAPITRE SEPTIÈME

PONT EN ARC A LONGERON DROIT ET TYMPANS RIGIDES

(Planche 15)

Ce pont, pour route de $4^m,00$ de largeur a $10^m,00$ d'ouverture, est constitué par trois fermes longitudinales à tympans rigides, semblables à celle de la figure 1 ; espacées de $2^m,00$ et réunies entre elles par des entretoises fixées au droit des montants. Le tablier est recouvert d'un platelage en bois de chêne et les quatre mètres de largeur de voie comprennent une chaussée de $2^m,50$ et deux trottoirs de $0^m,75$ de largeur chacun.

Les calculs vont être faits pour le cas seulement de la surcharge uniformément répartie de 400^{kg} par mètre carré, soit 800^{kg} par mètre courant de ferme. Le poids propre du tablier se décompose comme suit, par mètre courant de ferme :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Métal} = 170 \times 2 \\ \text{Platelage} \quad 260^k\end{array}\right\} \text{Total.} \quad 600^{kg}.$$

Les entretoises étant à l'écartement de $2^m,00$, la charge totale au droit de chaque montant est de

$$400 \times 2 + 600 = 1400^{gk} = P.$$

La détermination de la réaction des appuis est basée sur l'invariabilité de la corde AB, grâce à la fixité des appuis et des culées, et sur l'*hypothèse d'une articulation au sommet* C

de l'arc parabolique ACB, comme si le pont avait trois articulations, l'une au point C et une sur chaque appui.

Avec ces hypothèses et la connaissance des forces verticales indiquées à chaque nœud de la ferme, la statique graphique déterminera les efforts dans chaque partie des membrures, dans les montants et dans les barres de treillis.

L'articulation à la clé existe quelquefois réellement dans la pratique et alors la détermination des efforts dans les membrures n'en est que plus exacte.

Revenant à notre projet, remarquons que chacune des charges P appliquées au droit des montants de la demi-travée de droite, détermine deux réactions, l'une dirigée suivant AC prolongé et l'autre, suivant la droite qui joint l'appui B au point d'intersection de AC prolongé avec la verticale de l'axe du montant, considéré, soit aux points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.

Ainsi, la force appliquée au montant *a*, se décompose en deux, *ai* et *aj*, qui sont les deux réactions cherchées, celle du point *b* est également équilibrée par les deux réactions *bk* et *bl* et ainsi de suite. Comme celle qui est appliquée en X, est directement annulée par la réaction de l'appui, on n'en tiendra aucun compte; en sorte que la réaction totale des charges appliquées sur la demi-travée de droite se déterminera par la construction suivante :

Sur une verticale DO (fig. 2), on porte, à une échelle donnée et de haut en bas, les forces $Dd_1 - d_1c_1 - c_1b_1 - b_1a'$ et $a'o$ égales chacune à 1 400kg et par les points $D - d_1 - c_1 - b_1$ et a' ainsi déterminés on mène, du côté gauche de DO, des parallèles à AC. Ensuite, par le point *o*, on mène oa'' parallèle à B*a*, puis $a''b''$ parallèle à B*b*, ..., enfin $d''e''$ parallèle à BC; les lignes oa'', $a''b''$ ... $d''e''$ représentent les réactions de l'appui B sous l'action de toutes les charges de la demi-travée de droite. En effet, en se reportant aux problèmes que nous avons traités dans les pages 9 à 14 on remarque que le triangle $a''b'b''$ par exemple, est un polygone fermé, dont deux côtés sont parallèles aux directions des composantes de la force P agissant sur l'entretoise du point I, c'est-à-dire, que la force verticale P ou $b'a''$ a pour composantes les deux forces $b'a''$ et $b'b''$ qui sont les réactions de cette force sur les appuis A

et B. On remarquera encore que parmi ces deux réactions, il n'y a que la première qui concerne l'appui B et que la seconde $b'b''$ se rapporte à l'appui A. Il en est de même du polygone $Oa''a'$ par rapport à la charge appliquée au montant 1 ; oa'' est la réaction de l'appui B et $a'a''$ la réaction de l'appui A.

En conséquence et par analogie, les charges P qui sont sur la demi-travée de gauche de la poutre, déterminent sur l'appui B, des réactions que nous connaissons déjà, mais qui sont dirigées suivant BC.

Il suffit donc de compléter la ligne polygonale $oa''b''c''d''e''$ représentant les réactions des charges de la demi-travée de droite, par une ligne indiquant en grandeur et en direction les réactions des charges de la demi-travée de gauche, sur le même appui B. Cela se fait en prolongeant $d''e''$ et en portant à la suite, les longueurs 1, 2, 3 et 4, respectivement égales à $a''a'$, $b''b'$, $c''c'$ et $d''d'$ et en remarquant enfin que la réaction $e''e'$ de la charge au milieu de la travée est égale à la réaction $d''e''$, mais se fait sentir sur l'appui A.

D'après ce qu'on a vu dans les éléments de statique graphique traités au commencement du chapitre II, la ligne de fermeture OM de ce polygone des réactions partielles, représente, en grandeur et en direction, la résultante des réactions sur l'appui B, de toutes les charges agissant sur la ferme. Cette résultante est ici de 16 000^{kg} environ, et l'horizontale OP, menée par le point O et limitée à la verticale du point M représente la poussée sur les culées.

La décomposition de la réaction totale OM en efforts agissant dans les différentes pièces de la poutre se fait ensuite par la méthode *Crémona*, qui consiste à partir de l'appui B et aller de nœud en nœud, jusqu'au milieu de la portée, et, en exprimant que chaque nœud de la figure 1 ou 3 est individuellement en équilibre. Les forces sont alors déterminées, pour chaque nœud, par la construction de polygones. comme il a été indiqué aux pages 13 à 16.

Ainsi, au nœud B, qui subit l'action directe de la réaction R. cette réaction donne naissance à deux composantes dirigées suivant les lignes 1 et 2 ; autrement dit, la résultante des efforts agissant dans les barres 1 et 2 doit être égale en grandeur

et opposée en direction à la réaction R. Ce polygone est représenté par le triangle (fig. 4), dont un côté représente, en grandeur et en direction, la réaction R de l'appui B et dont les deux autres côtés sont parallèles aux directions des barres 1 et 2.

En supposant que les côtés de ce triangle soient parcourus par des forces dans un sens ininterrompu, les côtés 1 et 2 représentent les grandeurs des forces 1 et 2, qui tiennent la force R en équilibre.

Il est bon de distinguer, au fur et à mesure du tracé des figures qui vont suivre, les efforts de compression des efforts d'extension ; or, la force 1 s'écarte du sommet B, tandis que la force 2 est dirigée vers ce sommet. C'est l'extension qui a une tendance à attirer ce sommet, tandis que c'est la compression qui s'y dirige ; le montant 1 travaille donc à l'extension, tandis que la barre 2 est comprimée.

Avant d'aller plus loin, remarquons que la charge totale P de 1 400^{kg}, afférente à chaque montant, a été divisée en deux parties, dont l'une, de 990^{kg}, égale aux 2/3 de P, est supposée appliquée aux nœuds du longeron supérieur de la ferme, et dont l'autre, d'une valeur de 410^{kg}, est supposée appliquée aux nœuds de la membrure de l'arc.

Les efforts au nœud B étant déterminés, nous passons au nœud X auquel aboutissent les forces 1, 3 et 4.

Remarquons à ce sujet, que la force verticale de $\frac{990^{kg}}{2}$ appliquée au sommet de la barre 1, s'ajoute à l'intensité de l'effort 1, pour donner une intensité $1 + \frac{990}{2}$ (fig. 5) et nous pouvons alors construire le polygone (fig. 5), dont les côtés sont dénommés par les forces qu'ils représentent. Cette figure sert à déterminer l'intensité et la direction des forces 3 et 4, pour que le nœud X soit en équilibre.

Le sens des efforts se trouve comme précédemment, en supposant le triangle parcouru en sens ininterrompu, en partant de la force 1. On arrive à trouver que la barre 4 est soumise à l'extension et la barre 3 soumise à la compression.

En passant ensuite au nœud F, on construit le polygone de la figure 6, dans lequel on connaît l'intensité et la di-

rection des forces représentées par les côtés 2, 3 et la force verticale de 410kg; on détermine ainsi les grandeurs des forces 5 et 6, dont on connaît les directions par les figures 1 et 3. En parcourant le polygone en sens ininterrompu, on remarque que la barre 5 est soumise à l'extension, tandis que la barre 6 est soumise à la compression.

Il y a lieu de remarquer à cet égard que les forces 2 et 3 sont tracées chacune dans le polygone avec une flèche opposée à celle qu'elles avaient dans les diagrammes précédents. Cette disposition est obligatoire, car les flèches doivent être tracées par rapport au nœud F, tandis que plus haut, elles étaient tracées par rapport aux nœuds X et B.

Or, quand une barre fixée à ses deux extrémités est soumise à une extension ou à une compression, les efforts exercés aux deux extrémités sont de sens opposés aux premiers, donc l'effort qu'on trouve pour le sommet supérieur est donc de sens opposé à l'effort qu'on trouve pour le sommet inférieur. En conséquent dans la barre 3, l'effort au sommet supérieur X est opposé à l'effort trouvé au sommet inférieur F. En passant au nœud G, on continuerait, par le même procédé, à déterminer 7 et 8 par le diagramme de la figure 7 et on opérerait ainsi jusqu'au nœud C.

Dans tous ces diagrammes, les barres qui travaillent à l'extension sont indiquées par des traits fins, tandis que les barres soumises à des efforts de compression sont indiquées par des traits de force.

Le polygone de Crémona a été ici divisé en plusieurs parties pour en faciliter la démonstration, mais dans la pratique usuelle, lorsqu'on lit ces figures avec un peu d'habitude, on les groupe en une seule figure n° 8, ainsi que l'on fait couramment aujourd'hui dans les épures des fermes métalliques rigides. Cette figure donne l'intensité des efforts développés dans toutes les barres de la demi-ferme.

On peut ensuite relever, sur le tableau ci-après, les efforts indiqués sur les épures et déterminer aisément les sections de chaque barre, en ayant soin de s'assurer, par la formule de Lœwe, que les pièces soumises à la compression ont une section convenable.

Tableau indiquant les efforts relevés sur les diagrammes, la composition des barres, leur section et leur fatigue moléculaire.

NUMÉROS des barres	EFFORTS en kilogrammes	COMPOSITION de la section des barres	SECTION	SURFACE en millimètres carrés	TRAVAIL en kilog.
1	—125kg	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	0k19
2	+16333	Corn. $\frac{65 \times 65}{7}$ et 2 semelles de 140×8		4084	4,00
3	+158	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	0,24
4	—1000	Corn. $\frac{60 \times 60}{6}$ et semelle de 130×7		2278	0,44
5	—300	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	0,44
6	+16833	Corn. $\frac{65 \times 65}{7}$ et 2 semelles de 140×8		4084	4,11
7	+2166	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	3,17
8	—2583	Corn. $\frac{60 \times 60}{6}$ et semelle de 130×7		2278	1,13
9	—100	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	1,46
10	+17916	Corn. $\frac{65 \times 65}{7}$ et 2 semelles de 140×8		4084	4,38
11	+2000	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	2,92
12	—4250	Corn. $\frac{60 \times 60}{6}$ et semelle 130×7		2278	1,89
13	—330	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	0,49
14	+19333	Corn. $\frac{65 \times 65}{7}$ et 2 semelles de 140×8		4084	4,70
15	+3100	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	4,53
16	—7000	Corn. $\frac{60 \times 60}{6}$ et semelle de 130×7		2278	3,11
17	—1000	Cornière $\frac{60 \times 60}{6}$		684	1,46
18	+22000	Corn. $\frac{65 \times 65}{7}$ et 3 semelles de 140×8		4084	4,31
19	+5160	2 Cornières $\frac{60 \times 60}{6}$		1368	3,79
20	—11600	Corn. $\frac{60 \times 60}{6}$ et semelle de 130×7		2278	5,09

II. — *Surcharge de poids roulants.* — Si l'on veut rechercher le travail du métal sous l'action de charges roulantes, on se borne à indiquer sur chaque montant, la charge permanente puis on place la surcharge de façon que les roues les plus chargées tombent au milieu de la portée. On détermine la charge afférente à chaque montant que l'on ajoute à la charge permanente pour chaque nœud et on trace le polygone des réactions et sa résultante. Cette résultante sert à tracer le diagramme des efforts par la méthode Crémona, comme il a été dit ci-dessus, puis on dresse le tableau des efforts relevés sur ce diagramme. On construit de même un deuxième diagramme d'après une réaction totale obtenue en supposant les roues les plus chargées comprises entre le milieu de la portée et la culée et on dresse un nouveau tableau des efforts. On peut faire une dernière hypothèse en supposant la charge la plus lourde plus rapprochée de la culée. Puis enfin, à l'aide de ces 3 ou 4 tableaux, on établit un tableau définitif sur lequel on ne fait figurer que l'effort maximum auquel est soumis chaque barre et c'est pour cet effort qu'on détermine la section de chacune d'elles :

Pour que la section des efforts dans la membrure de l'arc diminue de l'appui B à la clé, au point C, il faut que la réaction totale de l'appui passe entre les barres 1 et 2, au lieu de passer en dehors, comme dans l'épure de la figure 1. C'est en modifiant la flèche de l'arc par rapport à la portée qu'on arriverait à ce résultat.

Dans la pratique cette flèche varie de $\frac{1}{12}$ à $\frac{1}{15}$ et la hauteur des fermes à la clef varie de $\frac{1}{40}$ à $\frac{1}{80}$ de la portée.

CHAPITRE HUITIÈME

FORMULES, RENSEIGNEMENTS DIVERS, TABLES

---

§ I.

Formules donnant les moments de rupture sur les points d'appui d'une poutre continue.

Nous donnons ci-après, pour mémoire, les quelques formules qui n'ont pas été employées dans le cours de ces études, mais qui s'obtiennent de la même manière, pour les ponts à 2 et 3 travées.

Nous donnons également les formules des moments sur appuis, pour ponts à 4, 5 et 6 travées; en supposant que ces appuis sont situés sur un même plan horizontal.

Si on prend les mêmes dénominations que précédemment, et faisant

$$n = \frac{l_0}{l_1}$$

on a

Cas de deux travées égales.

$$M_1 = \frac{l_1^2}{8} \times \frac{p_0 + p_1}{2} = \frac{l_1^2(p_0 + p_1)}{16},$$

et si

$$p_0 = p_1,$$

on a

$$M_1 = \frac{p_0 l_1^2}{8}.$$

Cas de trois travées égales.

$$M_1 = \frac{l_1^2}{60}(4p_0 + 3p_1 - p_2)$$

$$M_2 = \frac{l_1^2}{60}(4p_2 + 3p_1 - p_0).$$

Cas de quatre travées, les travées extrêmes étant égales, les travées intermédiaires étant égales entre elles.

$$M_1 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{(8n^4 + 7n^3)p_0 + (6n + 5)p_1 - (2n + 1)p_2 + n^3 p_3}{16n^2 + 28n + 12}$$

$$M_2 = \frac{l_1^2}{8} \times \frac{-n^3 p_0 + (2n + 1)p_1 + (2n + 1)p_2 + n^3 p_3}{4n + 3}$$

$$M_3 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{(8n^4 + 7n^3)p_3 + (6n + 5)p_2 - (2n + 1)p_1 + n^3 p_0}{16n^2 + 28n + 12}$$

Cas de cinq travées, les travées extrêmes étant égales, les travées intermédiaires étant égales entre elles.

$$M_1 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{(30n^4 + 26n^3)p_0 + (22n + 19)p_1 - (6n + 5)p_2 + (2n + 1)p_3 - n^3 p_4}{60n^2 + 104n + 45}$$

$$M_2 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{-(8n^4 + 7n^3)p_0 + (8n + 7)(2n + 1)p_1 + 2(n + 1)(6n + 5)p_2 - 2(n + 1)(2n + 1)p_3 + 2n^3(n + 1)p_4}{60n^2 + 104n + 45}$$

$$M_3 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{-(8n^4 + 7n^3)p_4 + (8n + 7)(2n + 1)p_3 + 2(n + 1)(6n + 5)p_2 - 2(n + 1)(2n + 1)p_1 + 2n^3(n + 1)p_0}{60n^2 + 104n + 45}$$

$$M^4 = \frac{l_1^2}{4} \times \frac{(30n^4 + 26n^3)p_4 + (22n + 19)p_3 - (6n + 5)p_2 + (2n + 1)p_1 - n^3 p_0}{60n^2 + 104n + 45}.$$

Telles sont les formules employées pour les cas qui n'ont pas été étudiés ci-devant.

Les formules pour les ponts ayant plus de cinq travées, sont de plus en plus compliquées, mais on peut simplifier l'étude de ces projets et obtenir des résultats d'une exactitude suffisante pour la pratique, par l'application des formules du cas de cinq travées.

Ainsi, supposons qu'il s'agisse d'un pont à sept travées; dans ce cas, les travées extrêmes sont presque toujours égales entre elles, et les travées centrales égales aussi entre elles. On exécutera les calculs et les épures pour un pont à cinq travées, ayant les mêmes ouvertures extrêmes et les mêmes ouvertures centrales que le pont à sept travées, et on appliquera à celui-ci, les résultats trouvés pour les travées correspondantes du projet à cinq travées. En sorte que les trois travées centrales du pont à sept travées, seront construites avec les résultats qui s'appliquent à la travée centrale du projet à cinq travées.

Les travées extrêmes et contiguës aux travées extrêmes, seront les mêmes dans les deux projets. Cela revient à faire un projet à cinq travées, à le couper par le milieu, et à intercaler trois travées égales à la travée coupée.

§ II.

Considérations générales sur la construction des tabliers métalliques. — Emploi de l'acier.

I. — Les tabliers métalliques que nous venons d'étudier, constituent, par leurs formes généralement adoptées en France, ce qu'on appelle le type du pont français.

Depuis sa première apparition, la poutre droite en treillis a subi diverses variations dans sa forme; on a d'abord construit les treillis simples sans croisement et formant des triangles isocèles, puis des treillis croisés et plats à mailles très serrées, ces dispositions donnaient peu de rigidité au plan de l'âme de la poutre et beaucoup de prise au vent. On paraît revenir aujourd'hui aux treillis moins serrés, mais formés de barres en fer profilé, ce qui donne un coup d'œil plus satisfaisant à la poutre, et augmente la rigidité du plan de l'âme.

Pour qu'un pont soit construit dans de bonnes conditions,

aucun des fers profilés qui entrent dans sa construction ne doit subir de travail de forge. Par conséquent, on ne doit forger ni les cornières ni tout autre fer profilé, dans le but de les faire passer les uns par dessus les autres dans les assemblages; on y supplée par l'emploi des fourrures. Les mêmes prescriptions sont suivies aujourd'hui dans la construction des charpentes métalliques.

Depuis quelques années on emploie beaucoup l'acier dans la construction des ponts métalliques et l'acier Martin-Siemens est très favorable pour les travées de 45 mètres et au-dessus. Au-dessous de ces longueurs, la diminution de poids que produit l'acier est presque compensée par l'augmentation du prix aux 100 kilog. Cependant, au point de vue de la manutention la diminution du poids est avantageuse et, comme les forges commencent à donner les profilés en acier aux prix des profilés en fer, l'emploi de l'acier gagne tous les jours ; l'économie résultant de son emploi tend d'ailleurs à se confirmer.

§ III.

Les plus grands ponts du monde.

Pour donner une idée de l'importance qu'a prise aujourd'hui la construction des ponts métalliques, on trouvera ci-après, avec leurs ouvertures respectives et quelques indications sommaires sur leurs formes, une énumération, par importance, des plus grands ponts métalliques construits depuis peu d'années, ou bien encore en cours de construction.

1° Le pont de Bommel, a des ouvertures de 118 mètres;

2° Le pont sur le Wal près de Nimègues, a des poutres arquées de 127 mètres de portée;

3° Le pont sur le Saltash, a deux travées de 136 mètres de portée;

4° Le pont sur le Britannia, a des poutres droites de 138 mètres de portée;

5° Le pont de Kulembourg, a des portées de 147^{m},50;

6° Le pont de Saint-Louis sur le Mississipi, a trois arches de 150 mètres de portée;

7° Le pont de Pouchkepsie, a des poutres droites de 157m,50 de portée;

8° Le pont sur l'Evre à Montrévault, sur la ligne de Cholet à Nantes, à partir de 160 mètres.

9° Le pont sur le Douro, en Portugal, a un arc parabolique de 165 mètres d'ouverture;

10° Le pont de Gabarit sur la ligne de Marvejols à Neussargues, a une travée centrale en arc parabolique de 172 mètres de portée;

11° Le pont sur le Viaur, ligne de Carmaux à Rodez, franchit d'un seul coup 220 mètres, par un arc parabolique avec une articulation aux naissances et à la clef. Les deux travées de rive sont constituées en partie par un encorbeillement solidaire de la travée centrale; il n'est pas encore livré à l'exploitation;

12° Le viaduc de Müngstein en Allemagne, a 170 mètres de portée;

13° Le pont de Bonn, pour route, sur le Rhin, a des arcs de 93m,60 et de 187 mètres d'ouverture; il se construit en acier doux;

14° Sur le Niagara, il y a un pont suspendu de 200 mètres de portée, mais on vient de livrer un autre pont en arc de 256 mètres de portée;

15° Le pont suspendu entre New-York et Brocklyn, a une travée principale de 486 mètres et des travées extrêmes de 283 mètres;

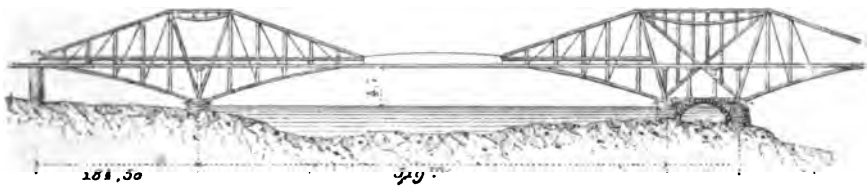


Fig. 119

16° Nous terminons cette nomenclature par le plus formidable de tous, qui a été livré à la circulation depuis quelques années; c'est le pont sur Forth en Écosse, dont nous donnons le croquis ci-dessus et qui arrive avec des ouvertures de 519 mètres de portée. Ce pont est du système Cantilever à arcs équilibrés. La partie centrale de la travée est

supportée par un système d'échafaudage métallique, posé sur les piles. On part d'une pile en poussant à droite et à gauche deux demi-arcs qui s'équilibrent à mesure. Au milieu de la travée le demi-arc d'une pile rencontre un demi-arc semblable partant de la pile suivante et poussé à sa rencontre; il s'articule avec lui à la clef.

Ces exemples permettent aux ingénieurs d'envisager comme très possible, la construction d'un pont sur la Manche, avec des portées de 600 à 1 000 mètres, pour franchir les 34 kilomètres qui nous séparent de l'Angleterre. Cette construction gigantesque vaudrait bien mieux que le tunnel dont nos voisins ont empêché jusqu'à ce jour le percement.

§ IV.

Enregistreur de flèches, système Rabut.

Cet appareil sert à mesurer la flèche que prend un point quelconque d'une poutre métallique, sous l'action d'une surcharge roulante ou d'une surcharge accidentelle.

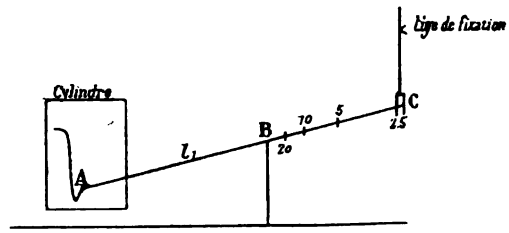


Fig. 120

Il se compose principalement d'un balancier AC, articulé au point B et inscrivant, sur un cylindre, les variations de position subies par son point d'articulation ou son point d'attache C.

L'extrémité A de ce balancier porte une plume et le bras BC est muni de divers points de fixation permettant d'amplifier, sur le cylindre, des variations 2,5 — 5 — 10 ou 20 fois plus grandes que celles qui sont subies par l'extrémité C.

Mode d'emploi.— Lorsque cet appareil est employé pour mesurer les flèches des poutres des ponts métalliques, il peut se présenter un certain nombre de cas que nous allons examiner :

1er Cas. — *Le tablier est établi au-dessus d'un cours d'eau et l'opérateur est forcé de se placer sur le tablier pour opérer.*

Ainsi que le représente le croquis ci-contre (fig. 121), à la semelle supérieure de la poutre, et par l'intermédiaire d'un ressort à boudin, on fixe un fil d'acier, dont l'autre extrémité est attachée à un corps mort du poids de 70k environ, que l'on jette dans le lit du cours d'eau. On tend ce fil convenablement, jusqu'à ce que le ressort s'allonge de 100m/m. Après avoir rendu ainsi l'appareil solidaire de la poutre, on fixe solidement le bras BC du fléau, au fil d'acier une fois tendu.

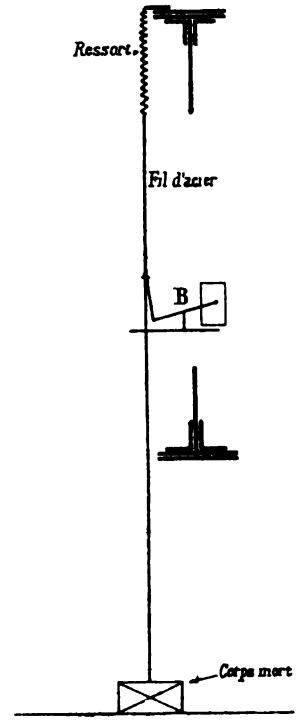


Fig. 121

Lorsque la poutre s'abaisse, le ressort absorbe la différence de longueur du fil, c'est-à-dire la différence de distance entre la semelle supérieure de la poutre et le corps mort ; le point d'articulation B de l'appareil descend avec la poutre, et comme le point d'attache C est immuable par rapport au sol, l'extrémité A du fléau s'abaisse et décrit une ligne du *haut en bas*, représentant en longueur la flèche de la poutre, amplifiée de 2,5 à 20 fois, selon la position qui a été donnée au point d'attache de la tige de fixation sur le fléau BC. On remarquera que dans ce cas c'est le point d'articulation B de l'appareil qui se déplace, par rapport au point C.

2e Cas. — *Le tablier est établi au-dessus d'une route sur laquelle l'opérateur peut s'installer.* (Fig. 122.)

Le fil d'acier est attaché directement à la poutre et au corps mort par l'intermédiaire du ressort à boudin tendu comme précédemment. L'appareil est fixé sur une table reposant sur le sol. Lorsque la poutre s'abaisse, le ressort

absorbe, en se resserrant, la diminution de hauteur de la poutre au-dessus du sol et le fil restant tendu, l'extrémité C du fléau s'abaisse aussi, pendant que l'extrémité A s'élève et trace, sur le cylindre, une ligne de *bas en haut* ; c'est la flèche produite, dans la poutre, par le passage de la surcharge.

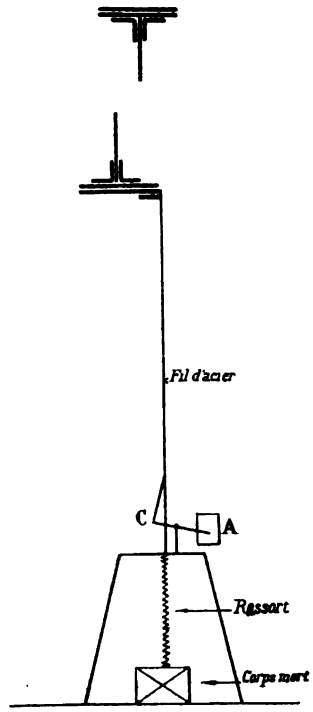


Fig. 122

3° Cas. — *La distance entre le sol et la poutre considérée, est assez faible pour permettre l'attache de la tige de fixation directement à la poutre*. (Fig. 123.)

Dans ce cas, il s'agit de prendre la flèche d'un longeron ou d'une pièce de pont. On peut alors fixer directement la tige d'attache sur la poutre considérée, en établissant, comme l'indique le croquis ci-contre, une plate-forme rigide sur les pièces de pont ou sur les poutres, de façon à la rendre indépendante du mouvement de la pièce considérée. La ligne tracée par le

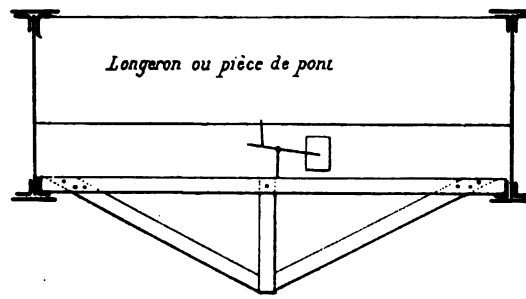


Fig. 123

style sur le cylindre est encore dirigée de bas en haut ; c'est la flèche cherchée.

§ V.

Indicateur de tensions (Système Manet-Rabut).

Cet appareil sert à mesurer le travail moléculaire des parties d'une poutre soumise accidentellement à un travail d'extension.

Il se compose principalement, d'un cadran sur lequel, une aiguille indique les différences de longueur que prend une partie de la pièce considérée, sous l'action d'une surcharge accidentelle.

Ce cadran porte des pattes qui permettent de le fixer solidement sur la pièce, au moyen d'une griffe à vis ; son aiguille, est mise en mouvement par l'extrémité libre d'une tige, dont l'autre extrémité est elle-même fixée au moyen d'une autre griffe, sur la même pièce et à une certaine distance du cadran.

La distance entre le point de fixation du cadran et celui de la tige actionnant l'aiguille étant de $1^{m},00$ par exemple, chaque division du cadran indique que sur un mètre de longueur, le métal s'est allongé de un vingtième de millimètre. Cet allongement correspond à une tension de $1^{kil.},00$ par millimètre carré de section, pour un coefficient d'élasticité E de 20.000.000.000. D'une manière générale, la distance entre le point de fixation du cadran et celui de la tige étant l, chaque vingtième de millimètre d'allongement correspond à un effort de tension de $1^{kg} \times \frac{1^{m},00}{l}$ par millimètre carré de section.

Comme conséquence de la disposition de l'appareil, on comprend que si le cadran accuse des allongements négatifs ce qui indique des tensions négatives ; cela signifie en réalité, que la pièce, au lieu d'être soumise à un effort de tension, est soumise à la compression.

§ VI

Métré du Pont de $8^{m},00$ d'ouverture pour voie ferrée.

Ce métré se rapporte au pont à poutres jumelées, Pl. 7.

DÉSIGNATION des pièces	NOMBRE de parties semblables pour 1 voie	NOMBRE de parties semblables pour 2 voies	LONGUEURS	POIDS par mètre courant	POIDS pour 1 voie	POIDS pour 2 voies	POIDS TOTAUX pour 1 voie	POIDS TOTAUX pour 2 voies
FER								
Poutres.				kg	kg	kg		
Ame en tôle de 550 × 10	4	8	9,200	42,790	1574,672	3149,344		
Cornière de $\frac{80 \times 80}{12}$	16	32	9,200	14,100	2075,520	4151,040		
Semelle de 260 × 10.	4	8	9,200	20,228	744,390	1488,780		
Id. de 200 × 12.	4	8	9,200	18,672	687,130	1374,260		
Id. de 200 × 12.	8	16	5,480	18,672	818,580	1637,160		
Id. d'appui de 200 × 10 . . .	8	16	0,540	15,56	67,219	134,438		
Arrêt de 60 × 10	4	8	0,200	4,668	3,734	7,468	5971,245	11942,490
Entretoises sous longrines.								
Ame en tôle de 255 × 8.	38	76	0,551	15,871	332,307	664,614		
Cornière de $\frac{60 \times 60}{7}$	152	304	0,533	6,14	497,438	994,876		
Cornière-attache de $\frac{70 \times 70}{9}$ . . .	152	304	0,526	9,45	755,546	1511,092		
Fourrure verticale de 70 × 78 . . .	76	152	0,271	4,356	89,716	179,432		
Id. . . id. . de 150 × 12. . .	76	152	0,390	14,004	415,079	830,158	2090,086	4180,172
Entretoises en fers T sous platelage métallique.								
Fer à T de $\frac{100 \times 80}{8 \times 8}$.	20	20	1,175	13,00	305,500	305,500		
. . Id. . . . id.	8	16	0,900	13,00	93,600	187,200		
. . Id. . . . id.	0	10	1,429	13,00	0	185,770		
Fourrure de 85 × 12.	36	72	0,170	7,936	48,568	97,136		
Id. de 100 × 10	20	20	0,170	7,780	26,452	26,452		
Equerre de 135 × 7	112	184	0,1915	7,352	157,686	259,055	631,806	1061,113
Entretoises composées sous platelage métallique.								
Cornière de $\frac{55 \times 55}{7}$	8	16	0,760	5,47	33,258	66,516		
Cornière montant du $\frac{70 \times 70}{}$ . .	4	8	0,526	8,125	17,095	34,190		

Fer plat de 50 × 7	4	8	0,680	2,723	7,406	14,812		
Gousset de 192 × 7	8	16	0,230	10,456	19,239	38,478		
Fourrure de 80 × 12	4	8	0,390	7,468	11,650	23,300		
							88,648	177,296
Ferrures-attaches des longrines.								
Fer plat de 60 × 10	8	16	0,575	4,668	21,473	42,946		
Cornière de $\frac{100 \times 70}{10}$	16	32	0,060	12,60	12,096	24,192		
Boulon de 20m/m de diamètre	16	32	»	»	6,080	12,160		
							39,649	79,298
Poutres de Rive.								
Ame en tôle de 250 × 9	2	2	9,200	17,505	322,092	322,092		
Cornière de $\frac{60 \times 60}{10}$	8	8	9,200	8,550	629,280	629,280		
Semelle d'appui de 130 × 8	4	4	0,540	8,091	17,476	17,476		
							968,848	968,848
Platelage métallique.								
Tôle striée de 6m/m d'épaisseur totale, stries comprises	Ensemble	pour 1 voie / pour 2 voies	28m²,5012 / 46,7869	38k,9 le mèt. car.	1108,697	1820,010		
							1108,697	1820,010
Garde-Corps.								
Lisse supérieure de 45 × 24	2	2	9,400	6,55	123,140	123,140		
Lisse inférieure de 40 × 10	2	2	9,945	3,112	61,898	61,898		
Montant en fer plat de 40 × 15	20	20	0,960	4,668	89,625	89,625		
Patin de montant de 120 × 20	20	20	0,130	18,672	48,547	48,547		
Croisillon de 40 × 7	36	36	1,480	2,178	116,044	116,044		
Boulon d'attache de 18m/m de diamètre	80	80	»	»	34,640	34,640		
							473,894	473,894
Rivets.								
Tête de rivet de 18m/m de diamètre	7968	15052	la pièce	0,050	398,400	752,600		
Id. de 12m/m id.	2046	3542	»	0,016	32,736	56,672		
							431,136	809,272
Total du fer							11804,009	21512,393
FONTE								
Plaque d'appui en fonte	8	16	la pièce	49,00	392,00	784,00		
							392,00	784,00
Total général du tablier							12196k,009	22296k,393

§ VII

Moments d'inertie.

Nous donnons ci-après les formules des moments d'inertie des sections les plus usuelles. Les centres de gravité de ces sections peuvent se déterminer par la statique graphique ou bien par d'autres formules que nous croyons utile de rappeler par un exemple.

Ainsi dans la section n° 9 du tableau ci-après, on aurait

$$x = \frac{a_1 n\left(b - \frac{n}{2}\right) + \left[(b_1 + b_2)a_2\right]\left(m + \frac{b_1 + b_2}{2}\right) + am \times \frac{m}{2}}{a_1 n + (b_1 + b_2)a_2 + am}.$$

Dans cette fraction le numérateur est la somme des moments des divers rectangles composant la figure, pris par rapport à un plan passant par la base inférieure de la section, le dénominateur multiplié par x, est le moment de la surface totale de la section avec x comme bras de levier, et c'est l'égalité de ces deux valeurs, qui détermine x.

Dans la figure 10, on aurait encore, en prenant les moments par rapport à un plan passant par la base supérieure :

$$am \times \frac{m}{2} + (b - m)a_1\left(\frac{b - m}{2} + m\right) = y[am + (b - m)a_1],$$

d'où

$$y = \frac{am \times \frac{m}{2}(b - m)a_1\left(\frac{b - m}{2} + m\right)}{am + (b - m)a_1}.$$

Toutes ces formules sont d'une extrême simplicité à calculer lorsqu'on y a remplacé les lettres par leurs valeurs respectives.

TABLEAU DES MOMENTS D'INERTIE DES SECTIONS LES PLUS USUELLES

N^os des sections	SECTION	MOMENT D'INERTIE I	VALEUR DE v	RAPPORT $\frac{I}{v}$
1		$\frac{ab^3}{36}$	$\frac{2b}{3}$	$\frac{ab^2}{24}$
2		$\frac{ab^3}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^2}{6}$
3		$\frac{a(b^3 - b_1^3)}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{a(b^3 - b_1^3)}{6b}$
4		$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{a^3}{6}$

TABLEAU DES MOMENTS D'INERTIE DES SECTIONS LES PLUS USUELLES (*Suite*)

N^os des sections	SECTION	MOMENT D'INERTIE I	VALEUR DE v	RAPPORT $\frac{I}{v}$
5		$\frac{\pi d^4}{64} = 0{,}0491 d^4$	$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
6		$\frac{\pi}{64}(d^4 - d_1^4) = 0{,}0491(d^4 - d_1^4)$	$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{32}\left(\frac{d^4 - d_1^4}{d}\right)$
7		$\frac{ab^3 - 2a_1b_1^3}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - 2a_1b_1^3}{6b}$
8		$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + a_2b_2^3)}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + a^2b_2^3)}{6b}$
9		$\frac{a_1y^3 + ax^3 - [(a_1 - a_2)b_2^3 + (a - a_2)b_1^3]}{3}$	x ou y	$\frac{I}{x}$ ou $\frac{I}{y}$

10		$\frac{ay^3 + a_1x^3 - (a - a_1)b_1^3}{3}$	x ou y	$\frac{I}{x}$ ou $\frac{I}{y}$
11		$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a_2b_2^3)}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a_2b_2^3)}{6b}$
12		$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a_2b_2^3 + a_3b^3)}{12}$ Poutre en treillis	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a_2b_2^3 + a_3b^3)}{6b}$
13		$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a^2b_2^3 + 2a^3b_3^3}{12}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3 - (2a_1b_1^3 + 2a_2b_2^3 + 2a_3b_3^3)}{6b}$

TABLEAU DES MOMENTS D'INERTIE DES SECTIONS LES PLUS USUELLES (*Suite*)

Nos des sections	SECTION	MOMENT D'INERTIE I	VALEUR DE v	RAPPORT $\frac{I}{v}$
14		$\frac{ab^3-(2a_1b_1^3+2a_2b_2^3+2a_3b_3^3+a_4b_4^3}{12}$ Poutre en treillis	$\frac{b}{2}$	$\frac{ab^3-(2a_1b_1^3+2a_2b_2+2a_3b_3^3+a_4b_4^3}{6b}$
15		$\frac{ay^3+a_1x^3-2a_2b_2^3+2a_3b_1^3+2a_4b_3^3+2a_5b_4^3}{3}$	x ou y	On prend le rapport $\frac{I}{x}$ ou $\frac{I}{y}$, selon qu'on cherche le travail des fibres situées à la distance x ou le travail des fibres situées à la distance y du centre de gravité de la figure.

I. — *Table des Valeurs* $\frac{I}{v}$ *des âmes de Poutres de* $10^{m}/^{m}$ *d'épaisseur et de hauteurs variables.*

POIDS PAR MÈTRE COURANT

HAUTEUR de la poutre	VALEUR $\frac{I}{v}$	POIDS par mètre courant
0m180	0,000054	14kg,00
0,200	67	15,56
0,220	81	17,11
0,250	104	19,45
0,280	131	21,78
0,300	150	23,34
0,320	171	24,89
0,350	204	27,23
0,380	241	29,56
0,400	267	31,12
0,420	294	32,67
0,450	338	35,01
0,500	417	38,09
0,550	504	42,79
0,600	600	46,68
0,650	704	50,57
0,700	817	54,46
0,750	937	58,35
0,800	1067	62,24
0,850	1204	66,13
0,900	1350	70,02
0,950	1504	73,91
1,000	1667	77,80
1,100	2047	85,58
1,200	0,002400	93,36

Pour les $\frac{I}{v}$ des sections nettes, c'est-à-dire, en défalquant les trous de rivets, voir observation page 259.

II. — *Tableau des valeurs* $\frac{I}{v}$ *de quatre cornières disposées pour poutres de hauteurs variables.*

CORNIÈRES de	POIDS par mètre courant d'une seule cornière	HAUTEURS DES POUTRES											
		0m,180	0m,200	0m,220	0m,250	0m,280	0m,300	0m,320	0m,350	0m,380	0m,400	0m,420	0m,450
30 × 30 / 4	1k,80	0,000066	0,000075	0,000083	0,000097	0,000110	0,000119	»	»	»	»	»	»
5	2,20	82	91	102	118	135	146	»	»	»	»	»	»
35 × 35 / 4,5	2,47	84	96	107	125	142	154	0,000166	0,000183	»	»	»	»
5,5	3,00	101	114	128	149	170	184	191	219	»	»	»	»
40 × 40 / 5	3,07	104	119	133	155	177	192	207	229	0,000252	0,000266	»	0,000304
6	3,50	122	139	156	183	209	227	244	270	296	314	0,000332	358
45 × 45 / 5	3,30	115	131	148	173	198	214	231	256	282	300	315	340
6	3,90	135	155	174	205	233	253	273	303	333	352	372	403
7	4,50	154	166	190	233	267	289	313	347	384	405	428	462
50 × 50 / 5	3,75	126	144	162	189	217	236	255	282	312	333	348	377
6	4,40	148	169	191	224	256	279	301	314	367	390	412	444
7	5,03	169	190	219	256	294	326	346	382	423	450	474	511
55 × 55 / 5	4,10	136	155	175	206	236	257	277	308	339	360	381	412
6	4,90	166	183	207	243	280	304	328	365	402	426	451	488

8	6,45	210	236	267	315	364	394	425	474	521	554	585	635
$\frac{60 \times 60}{6}$	5,32	171	197	223	264	301	327	354	394	435	460	488	529
7	6,25	196	225	255	294	346	377	408	454	500	530	563	609
8	7,10	220	253	287	337	390	425	459	512	565	600	635	689
9	7,90	»	280	317	376	435	471	510	568	627	666	705	764
10	8,70	»	305	347	410	480	515	559	623	688	730	774	839
$\frac{65 \times 65}{7}$	6,70	»	241	273	321	371	405	438	483	538	572	606	657
8	7,50	»	270	306	362	418	456	493	550	608	646	684	742
9	8,50	»	299	340	401	464	506	548	611	675	718	761	825
10	9,40	»	326	371	439	507	554	605	670	741	788	835	906
$\frac{70 \times 70}{8}$	8,40	»	286	325	384	»	486	526	577	649	690	732	795
9	9,35	»	317	360	426	»	539	584	653	722	767	814	883
10	10,23	»	346	394	462	»	591	641	716	792	842	894	970
11	11,11	»	375	428	501	»	639	696	778	861	916	972	1155
$\frac{75 \times 75}{8}$	8,90	»	303	343	407	471	515	558	624	690	735	779	847
9	9,98	»	335	381	452	523	572	620	692	767	817	867	941
10	11,00	»	366	417	495	573	627	680	762	843	897	952	0,001034
11	12,00	»	396	451	536	623	681	739	828	917	976	0,001036	1126

Pour les $\frac{1}{v}$ des sections nettes, voir Observation, page 259.

III. — *Table des valeurs* $\frac{I}{v}$ *de quatre cornières disposées pour poutres de hauteurs variables.*

CORNIÈRES de	POIDS par mètre courant d'une seule cornière	HAUTEUR DES POUTRES												
		0m,500	0m,550	0m,600	0m,650	0m,700	0m,750	0m,800	0m,850	0m,900	0m,950	1m,000	1m,100	1m,200
		»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
30 × 30 / 4	1k,80	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
5	2,20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
35 × 35 / 4,5	2,47	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
5,5	3.00	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
40 × 40 / 5	3,07	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
6	3,50	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
45 × 45 / 5	3,30	0,000383	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
6	3,90	453	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
7	4,50	520	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
50 × 50 / 5	3,75	424	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
6	4,40	500	0,000555	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
7	5,03	576	640	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
55 × 55 / 5	4,10	466	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

8	6,45	713	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
60 × 60 / 6	5,32	596	666	0,000733	0,000817	0,000868	0,000939	0,001005	0,001073	0,001140	0,001209	0,001278	»	»
7	6,25	688	768	843	917	1003	1080	1160	1239	1318	1396	1474	0,001633	0,001790
8	7,10	777	866	954	1043	1132	1221	1301	1400	1489	1579	1668	1846	2026
9	7,90	863	962	1061	1161	1260	1359	1459	1558	1658	1757	1857	2056	2267
10	8,70	947	1056	1166	1275	1384	1494	1603	1713	1822	1932	2041	2261	2481
65 × 65 / 7	6,70	742	827	912	998	1060	1169	1255	1340	1434	»	»	»	»
8	7,50	838	935	1031	1128	1225	1322	1419	1516	1615	»	»	»	»
9	8,50	935	1040	1148	1256	1364	1472	1581	1689	1796	1906	»	»	»
10	9,40	1025	1143	1261	1383	1500	1617	1738	1858	1977	2097	2217	»	»
70 × 70 / 8	8,40	900	1008	1107	1212	1317	1421	1525	1631	1735	1842	1946	2156	2370
9	9,35	999	1116	1231	1349	1466	1583	1700	1818	1935	2053	2170	2405	2640
10	10,23	1098	1227	1355	1484	1613	1742	1871	2007	2131	2260	2389	2648	2910
11	11,11	1195	1335	1475	1616	1757	1898	2039	2180	2322	2463	2604	2887	3170
75 × 75 / 8	8,90	958	1069	1182	1293	1406	1510	1632	1745	1858	1971	2084	2311	2518
9	9,98	1066	1191	1317	1441	1567	1693	1819	1945	2072	2198	2324	2577	2830
10	11,00	1172	1310	1448	1588	1725	1864	2003	2142	2282	2420	2562	2841	3120
11	12,00	1276	1426	1577	1729	1880	2032	2184	2336	2488	2640	2793	3098	3400

Pour les $\frac{I}{v}$ des sections nettes, voir Observation, page 259.

IV. — *Table des valeurs* $\frac{I}{v}$ *de quatre cornières disposées pour poutres de hauteurs variables.*

CORNIÈRES de	POIDS par mètre courant d'une seule cornière	HAUTEUR DES POUTRES											
		0m,200	0m,220	0m,250	0m,280	0m,300	0m,320	0m,350	0m,380	0m,400	0m,420	0m,450	0m,500
80 × 80 / 8	9k,50	0,000318	»	0,000420	»	0,000543	0,000589	0,000659	0,000730	0,000777	0,000824	0,000896	0,001044
9	10,65	352	»	475	»	603	655	733	812	869	918	997	1130
10	11,70	385	»	521	»	662	719	805	892	951	1009	1096	1243
11	12,85	417	»	565	»	708	782	874	971	1034	1098	1194	1354
12	14,00	448	»	608	»	775	842	944	1047	1116	1185	1289	1463
13	15,00	477	»	650	»	829	901	1011	1122	1196	1271	1382	1569
14	16,00	»	»	690	»	882	959	1075	1192	1274	1353	1472	1673
90 × 90 / 9	12,00	»	»	522	»	664	722	810	898	957	1061	1106	1256
10	13,30	»	»	572	»	730	793	890	988	1053	1163	1217	1383
11	14,67	»	»	621	»	793	863	968	1075	1147	1263	1327	1507
12	15,99	»	»	669	»	854	932	1046	1159	1238	1360	1433	1629

100 × 100 / 10	15,00	»	»	»	»	»	864	971	1079	1150	1224	1533	1516
11	16,00	»	»	»	»	»	940	1057	1175	1255	1334	1453	1656
12	17,40	»	»	»	»	»	1014	1138	1269	1355	1441	1573	1792
13	18,90	»	»	»	»	»	1087	1223	1361	1453	1547	1688	1920
14	20,40	»	»	»	»	»	1158	1306	1451	1552	1650	1800	2052
15	21,80	»	»	»	»	»	1227	1389	1540	1651	1751	1916	2183
110 × 110 / 11	18,60	»	»	»	»	»	1014	1141	1270	1357	1444	1576	1797
12	19,50	»	»	»	»	»	1095	1233	1373	1467	1562	1705	1945
13	21,00	»	»	»	»	»	1173	1322	1473	1575	1677	1831	2089
14	22,50	»	»	»	»	»	1250	1410	1574	1680	1789	1955	2231
15	24,00	»	»	»	»	»	1325	1496	1668	1784	1900	2076	2372
120 × 120 / 11	19,70	»	»	»	»	»	»	1223	1362	1457	1551	1694	1935
12	21,20	»	»	»	»	»	»	1321	1472	1575	1677	1833	2094
13	22,70	»	»	»	»	»	»	1417	1581	1691	1802	1969	2251
14	24,30	»	»	»	»	»	»	1511	1686	1805	1924	2103	2405
15	25,70	»	»	»	»	»	»	1604	1791	1917	2046	2235	2557

Pour les $\frac{I}{v}$ des sections nettes, voir Observation, page 259.

V. — *Table des valeurs* $\frac{I}{v}$ *de quatre cornières disposées pour poutres de hauteurs variables.*

CORNIÈRES de	POIDS par mètre courant d'une seule cornière	HAUTEUR DES POUTRES											
		0m,550	0m,600	0m,650	0m,700	0m,750	0m,800	0m,850	0m,900	0m,950	1m,000	1m,100	1m,200
80 × 80 / 8	9k,50	0,001134	0,001254	0,001374	0,001495	0,001615	0,001736	0,001857	0,001978	0,002098	0,002220	0,002372	»
9	10,65	1264	1398	1532	1667	1801	1936	2071	2200	2342	2477	2748	0,003018
10	11,70	1391	1539	1680	1836	1984	2133	2282	2431	2580	2730	3059	3327
11	12,85	1515	1677	1839	2001	2164	2326	2489	2652	2815	2978	3304	3631
12	14,00	1637	1812	1988	2106	2340	2516	2692	2869	3045	3222	3576	3930
13	15,00	1757	1945	2134	2323	2512	2702	2892	3082	3272	3462	3842	4223
14	16,00	1874	2075	2277	2479	2682	2885	3091	3291	3494	3697	4104	4512
90 × 90 / 9	12,00	1407	1558	1710	1862	2014	2166	2319	2470	2625	2778	3084	3390
10	13,30	1549	1716	1884	2052	2220	2368	2561	2726	2895	3063	3403	3741
11	14,67	1689	1872	2055	2259	2423	2607	2791	2973	3160	3345	3715	4079
12	15,70	1827	2025	2223	2422	2622	2824	3021	3221	3421	3622	4025	4424

10	15,00	1702	1890	2073	2263	2450	2637	2823	3013	3202	3390	3769	4147
11	16,00	1859	2060	2226	2470	2675	2880	3086	3292	3493	3705	4118	4531
12	17,40	2010	2230	2452	2674	2896	3119	3342	3566	3790	4014	4462	4911
13	18,90	2160	2397	2635	2875	3112	3355	3595	3836	4077	4318	4801	4585
14	20,40	2300	2560	2816	3072	3329	3586	3844	4102	4360	4618	5136	5654
15	21,80	2440	2722	2994	3266	3540	3814	4089	4364	4639	4914	5465	6017
$\frac{110 \times 110}{11}$	18,00	2020	2244	2469	2695	2922	3147	3370	3602	3838	4057	4513	4970
12	19,50	2186	2430	2673	2919	3164	3410	3656	3904	4150	4397	4893	5389
13	21,00	2350	2612	2875	3139	3404	3669	3933	4201	4467	4727	5265	5803
14	22,50	2511	2792	3074	3357	3640	3924	4209	4494	4779	5057	5635	6211
15	24,00	2669	2969	3269	3571	3873	4176	4480	4784	5088	5383	6000	6614
$\frac{120 \times 120}{11}$	19,70	2177	2427	2667	2913	3160	3408	3656	3904	4153	4403	4903	5403
12	21,20	2357	2623	2889	3157	3425	3694	3963	4233	4504	4774	5316	5860
13	22,70	2534	2820	3108	3397	3686	3976	4267	4558	4850	5142	5726	6312
14	24,20	2709	3016	3324	3633	3944	4255	4566	4878	5195	5504	6131	6760
15	25,70	2881	3209	3537	3869	4197	4529	4862	5195	5530	5861	6530	7200

Pour les $\frac{1}{r}$ des sections nettes, voir Observation, page 259.

Manière de se servir des Tables ci-devant.

Supposons qu'on ait à chercher la valeur $\frac{I}{v}$ d'une poutre dont la section est représentée par la figure n° 124 ci-dessous: c'est-à-dire, composée d'une âme de 350×10 et de quatre cornières de

$$\frac{70 \times 70}{10}.$$

Sur la table n° 1, on trouve la valeur

$$\frac{i}{v} = 0{,}000204$$

de l'âme de 10^{mm} d'épaisseur. Sur la table n° 2, à l'intersection des lignes horizontale et verticale correspondant à la cornière de

$$\frac{70 \times 70}{10}$$

et à la hauteur de 0,350 on trouve la valeur

$$\frac{i'}{v} = 0{,}000716$$

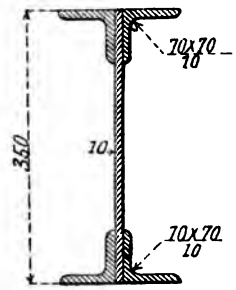


Fig. 124

pour les quatre cornières. La valeur $\frac{I}{v}$, pour la section complète de la poutre est donc

$$\frac{I}{v} = \frac{i}{v} + \frac{i'}{v} = 0{,}000204 + 0{,}000716 = 0{,}000920.$$

Les mêmes tables donnent immédiatement le poids par mètre courant de cette poutre. En effet :

Le poids de l'âme est de.	27^{kg},23 (Table 1)
Le poids d'une cornière est de 10^{kg},23 (Table 2).	
Le poids des quatre cornières est donc de $10{,}23 \times 4 =$.	40 ,92
En y ajoutant le poids des têtes de rivets, que l'on peut évaluer à 3 °/₀ environ du poids total ci-dessus, soit $(27{,}23 + 40{,}92) \times 0{,}03 =$	2 ,04
Le poids total par mètre courant de poutre serait donc	70^{kg},19

Si dans la poutre ci-dessus l'âme n'avait eu que $7^m/^m$ d'épaisseur, la valeur de son $\frac{i}{v}$ serait les 0,7 seulement du $\frac{i}{v}$ de l'âme de $10^m/^m$, soit

$$0{,}000204 \times 0{,}7 = 0{,}0001428$$

et la valeur totale du rapport $\frac{I}{V}$ pour la poutre avec une âme de $7^m/^m$ et quatre cornières de

$$\frac{70 \times 70}{10}$$

serait : $\frac{I}{V} = 0{,}0001428 + 0{,}000716 = 0{,}0008588.$

Le poids de cette nouvelle poutre serait trouvé comme ci-dessus, en prenant seulement pour poids du mètre courant d'âme :

$$27^{kg},23 \times 0{,}7 = 19^{kg},06.$$

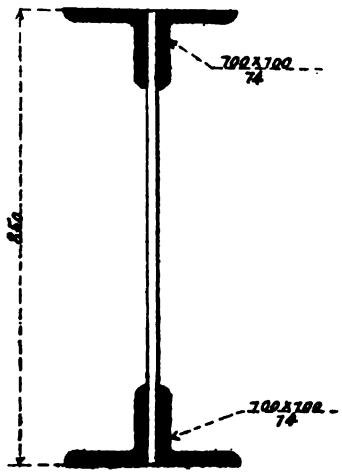


Fig. 125.

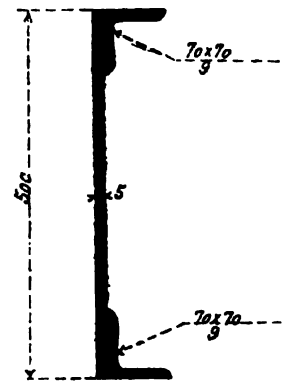


Fig. 126.

Cas d'une poutre en treillis (fig. n° 125), c'est-à-dire, dont chaque membrure est composée de deux cornières de

$$\frac{100 \times 100}{14},$$

reliées par des barres de treillis.

La recherche du rapport $\frac{I}{V}$ et du poids par mètre courant de poutre est plus simple encore.

Sur le tableau n° 5, au point de jonction de la colonne verticale correspondant à la hauteur de $0^m,850$ et de la colonne horizontale indiquant les cornières de

$$\frac{100 \times 100}{14}$$

nous notons la valeur

$$\frac{I}{V} = 0,003844.$$

Le poids par mètre courant de poutre, est indiqué sur la même colonne horizontale, le poids d'une seule cornière étant de $20^{kg},40$ le poids des quatre cornières de la poutre est :

	$20,40 \times 4 =$	$81^{kg},60$
Têtes de rivets 2 p. 0/0	—	$1^{kg},63$
Total.		$83^{kg},23$ par mètre courant,

les treillis non compris.

Le poids par mètre courant de treillis peut se déterminer approximativement par l'application de la formule

$$P^{kg} = 0,0011pl,$$

pour barres en fer,

Enfin avec ces mêmes tables on peut, en suivant la marche indiquée ci-dessus, trouver le $\frac{I}{V}$ d'une poutre en [composé d'une âme et deux cornières, comme l'indique la section (fig. 126).

Étant donnée la valeur $\frac{I}{V}$ de l'une des poutres ci-dessus, on déterminerait son moment d'inertie I, en multipliant le rapport trouvé $\frac{I}{V}$ par la moitié V de la hauteur de la poutre car

$$\frac{I}{V} \times V = I.$$

Ces cinq tables peuvent servir à déterminer les rapports $\frac{I}{V}$ d'au moins 4000 sections de poutres pleines, dont les âmes

varieraient de 5 à 12 millimètres d'épaisseur, et dont les hauteurs varieraient de $0^m,180$ à $1^m,200$; elles détermineraient également les valeurs $\frac{I}{V}$ de 4000 sections en ⊔ suivant figure 125. Enfin elles donnent encore les $\frac{I}{V}$ de 1200 sections différentes de poutres en treillis de $0^m,180$ à $1^m,200$ de hauteur; c'est là un choix souvent suffisant dans les applications.

Observation importante.

Les valeurs $\frac{I}{v}$ des sections nettes des poutres, c'est-à-dire, les valeurs $\frac{I}{v}$ des sections en défalquant les trous des rivets horizontaux qui fixent les cornières sur les âmes ou sur les barres de treillis, s'obtiendront d'une façon suffisamment approximative en diminuant les nombres indiqués par les tables :

1° Pour les âmes . . .	De 0,22 pour les poutres	de $0^m,180$ à $0^m,300$	de haut.
	De 0,15 —	de $0^m,350$ à $0^m,800$	—
	De 0,10 —	de $0^m,850$ à $1^m,20$	—
2° Pour les cornières .	De 0,14 pour les poutres	de $0^m,18$ à $0^m,300$	de haut.
	De 0,13 —	de $0^m,35$ à $0^m,800$	—
	De 0,10 —	de $0^m,850$ à $1^m,200$	—

Ceci, bien entendu, pour les rivures ordinaires, c'est-à-dire, pour des diamètres de rivets habituellement employés.

VI. — *Table des Moments d'inertie* I, *des semelles de* 100 *millimètres de largeur, posées sur les talons des cornières des poutres de hauteurs variables.*

ÉPAISSEUR des semelles	HAUTEUR DES POUTRES ENTRE LES SEMELLES							POIDS par mètre courant
	0m,280	0m,300	0m,320	0m,350	0m,380	0m,400	0m,420	
6	0,000024	0,000028	0,000031	0,000038	0,000046	0,000049	0,000055	4k,66
7	29	33	37	45	52	58	64	5,45
8	33	38	43	51	60	67	73	6,22
9	38	43	49	58	68	75	83	7,02
10	42	48	54	65	76	84	92	7,78
11	47	33	60	72	84	92	102	8,56
12	»	58	66	79	92	101	112	9,33
13	»	»	»	»	»	»	»	»
14	»	»	»	»	»	»	»	»
15	»	»	»	»	117	129	142	11,67
16	»	»	»	»	125	138	152	12,44
17	»	»	»	»	134	148	162	13,22
18	»	»	»	»	143	157	173	14,00
19	»	»	»	»	151	167	183	14,78
20	»	»	»	»	160	176	194	15,36

VII. — *Table des Moments d'inertie des Semelles de 100 millimètres de largeur, posées sur les talons des cornières des poutres de hauteurs variables.*

ÉPAISSEUR des semelles	HAUTEUR DES POUTRES ENTRE LES SEMELLES							POIDS par mètre courant
	0m,450	0m,500	0m,550	0m,600	0m,650	0m,700	0m,750	
7	0,000073	0,000090	0,000108	0,000129	0,000151	0,000175	0,000200	5k45
8	84	103	125	148	173	200	230	6,22
9	95	117	141	167	195	226	259	7,02
10	106	130	157	186	218	252	289	7,78
11	117	144	173	203	240	278	318	8,56
12	128	157	189	225	263	304	348	9,33
13	139	»	»	»	»	»	»	»
14	151	»	»	»	»	»	»	»
15	161	199	239	284	332	383	439	11,67
16	173	213	256	304	355	410	469	12,44
17	184	227	273	324	378	437	500	13,22
18	197	242	290	344	402	464	531	14,00
19	209	256	308	364	425	491	562	14,78
20	221	270	325	384	449	519	593	15,56
21	233	285	343	405	473	546	624	16,34
22	245	300	360	426	497	574	656	17,12
23	»	»	»	»	»	»	»	17,89
24	»	»	395	467	545	629	719	18,66
25	»	»	413	488	570	657	751	19,45
26	»	»	432	510	594	685	783	20,21
27	»	»	450	531	619	714	815	21,06
28	»	»	486	552	644	742	848	21,78
29	»	»	»	574	669	771	880	22,56
30	»	»	»	596	694	800	943	23,34

VIII. — *Table des Moments d'inertie* I, *des Semelles de* 100 *millimètres de largeur, posées sur les talons des cornières des poutres de hauteurs variables.*

ÉPAISSEUR des semelles	HAUTEUR DES POUTRES ENTRE LES SEMELLES							POIDS par mètre courant
	0m,800	0m,850	0m,900	0m,950	1m,000	1m,100	1m,200	
7	0,000228	0,000257	0,000279	0,000320	0,000355	0,000429	0,000510	5k,45
8	261	294	330	367	406	491	584	6,22
9	294	332	372	414	458	553	658	7,02
10	328	370	414	461	510	616	732	7,78
11	361	408	456	508	562	679	807	8,55
12	395	446	499	555	614	742	881	9,33
13	»	»	»	»	»	»	»	»
14	»	»	»	»	»	»	»	»
15	»	»	»	»	»	»	»	»
16	532	600	671	746	826	997	1183	12,44
17	567	639	715	795	879	1061	1259	13,22
18	602	678	758	843	933	1125	1335	14,00
19	637	717	802	892	986	1190	1412	14,78
20	673	757	846	941	1040	1255	1488	15,56
21	708	796	891	990	1095	1320	1565	16,34
22	744	836	935	1039	1149	1385	1643	17,12
23	»	»	»	»	»	»	»	17,89
24	»	»	»	»	»	»	»	18,66
25	»	»	»	»	»	»	»	19,45
26	887	998	1115	1239	1369	1649	1954	20,21
27	924	1038	1160	1289	1424	1715	2033	21,06
28	960	1079	1206	1339	1480	1781	2111	21,78
29	997	1121	1252	1390	1536	1848	2190	22,56
30	1034	1162	1298	1441	1592	1915	2270	23,34
31	»	»	»	1492	1648	1983	2349	24,12

Emploi des Tables des moments d'inertie I *pour semelles.*

A l'aide des trois tables ci-dessus et des tables 1, 2, 3, 4 et 5, pages 247 à 255, on peut déterminer aisément la valeur $\frac{I}{v}$ d'une poutre de hauteur totale comprise entre $0^m,294$ et $1^m,260$, et composée d'une âme, de quatre cornières et de semelles, ou bien d'une poutre en treillis, comportant des semelles sur les talons des cornières.

Exemple : Proposons-nous de rechercher la valeur $\frac{I}{v}$ d'une poutre de $0^m,590$ de hauteur totale, composée d'une âme de 550×10, de quatre cornières de $\frac{75 \times 75}{10}$ et de deux semelles de 220×20 sur chaque table.

D'après les données ci-dessus, la hauteur de la poutre entre semelles est de $0^m,550$.

La table n° 1 donne pour l'âme de 550×10

$$\frac{i}{v} = 0,000504$$

La table 3 donne pour les quatre cornières de $\frac{75 \times 75}{10}$ ..... $\frac{i'}{v} = 0,001310$

$$\text{Total..} \quad \frac{i}{v} + \frac{i'}{v} = 0,001814 = \frac{I}{V}$$

Cette valeur permet de trouver le moment d'inertie correspondant

$$I = \frac{I}{V} \times V,$$

et comme

$$V = \frac{0,550}{2}, \qquad I = 0,001814 \times 0,275 = 0,00049885.$$

En ajoutant à cette valeur de I le moment d'inertie pour une semelle de 220×20 ; que l'on trouve à la table 7 et égal

$$0,000325 \times 2,2 = 0,000715.$$

Le moment d'inertie total de la section de la poutre est

$$I = 0{,}00049885 + 0{,}000715 = 0{,}00121385.$$

La nouvelle valeur de V est alors la moitié de $0^m{,}590$ de la hauteur totale de la poutre avec semelles, soit

$$V = \frac{0{,}590}{2} = 0^m{,}295.$$

Le rapport $\frac{I}{V}$ de la section énoncée de la poutre avec semelles est donc

$$\frac{I}{V} = \frac{0{,}0012138}{0{,}295} = 0{,}004114.$$

Les mêmes tables donnent également les éléments nécessaires pour obtenir le poids du métal par mètre courant de cette poutre.

En effet : le poids de l'âme de 550×10 est donné par la table 1 et égal à . . . . . $42^{kg}{,}79$

Le poids des quatre cornières de $\frac{75 \times 75}{10}$ est donné par la table 3 et égal à. . . . . $11^k{,}00 \times 4 = 44{,}00$

Le poids des deux semelles de 220×20 est donné par la table 7 et égal à . . . . $15{,}56 \times 2{,}2 = 34{,}73$

Total. . . . . $121^{kg}{,}52$

En y ajoutant le poids des têtes de rivets, estimé approximativement à 3 1/2 °/₀ du poids ci-dessus.

Le poids total de la poutre sera, par mètre courant :

$$121{,}52 + \frac{121{,}52 \times 3{,}5}{100} = 126^k{,}00.$$

Faire bien attention dans l'emploi de ces tables de ne pas additionner les moments d'inertie I donnés par ces dernières, avec les valeurs $\frac{I}{V}$ données par les précédentes.

§ VIII

Classification des fers du Creusot.

ESSAIS A LA TRACTION	N° 2		N° 3		N° 4		N° 5		N° 6		N° 7	
FERS EN BARRES — Barreaux tournés de 200 millimètres carrés de section et 100 millimètres de longueur. / TOLES — Échantillons découpés dans des tôles de 1 mètre de large et 2m,50 de longueur, sur 10 à 12 millimètres d'épaisseur dans le sens du laminage.	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES	BARRES	TOLES
Allongement permanent au moment de la rupture.	15 %	6,5 %	18 %	10 %	21,5 %	14,6 %	25 %	18,2 %	29 %	22 %	34 %	26,5 %
Charge de rupture par millimètre carré de section primitive.	37kg,8	33,2	38,0	33,7	38,5	34,4	38,6	34,8	38,75	35,6	39,2	36,7
Charge de rupture par millimètre carré de section rompue.	35kg,5	35,6	60,3	37,6	67,0	40,5	73,6	43	83,50	48,0	112,0	55,0
Striction, ou rapport de la section rompue à la section primitive.	0,680	0,940	0,63	0,895	0,575	0,847	0,524	0,808	0,462	0,740	0,35	0,665

TABLE DES MATIÈRES

Paragraphes — Pages

CHAPITRE I

§ I. — Manière dont se comportent les corps soumis à des efforts de flexion et formules usuelles. 1

§ II. — Poutre reposant librement sur deux appuis de niveau et soumise . . . . . .

1° A une charge uniformément répartie par mètre courant. Formules du moment fléchissant et de la flèche. . . . 2

2° A une charge uniformément répartie qui n'occupe qu'une partie de la portée. . . . . .

3° A une charge unique déterminée de position. — A une charge unique et à une charge uniformément répartie. — La charge unique est au milieu. Moments fléchissants et flèche . . . . . .

4° A deux charges déterminées de position et en outre. — A une charge uniformément répartie 4

§ III. — 1° Poutre encastrée à une de ses extrémités, l'autre extrémité est libre et porte une charge 5

2° Soumise simplement à une charge uniformément répartie par mètre courant. Formules du moment fléchissant et de la flèche. . . . . .

§ IV. — Poutre encastrée horizontalement à ses deux extrémités et :

1° Chargée d'un poids unique agissant au milieu de la portée. Formules du moment fléchissant et de la flèche. . 6

2° Elle est simplement soumise à une charge uniformément répartie p par mètre courant. Moments fléchissants en divers points et flèche. . . . . .

§ V. — 1° Poutre encastrée à une de ses extrémités, supportée librement à l'autre et chargée d'un poids unique. Formules du moment fléchissant et de la flèche en divers points 7

Paragraphes Pages

2° Le même solide est soumis seulement à une charge uniformément répartie par mètre courant. Formules du moment fléchissant et de la flèche en divers points. — Point d'inflexion . . . . . .

§ VI. — Formule générale d'application du moment résistant des poutres 9

§ VII. — Tableau des résistances à la traction de divers matériaux. — Coefficients d'élasticité 11

CHAPITRE II

STATIQUE GRAPHIQUE. — APPLICATIONS PRATIQUES

§ I. — Définition et avantages de son emploi 14

§ II. — Problèmes ordinaires de la statique graphique . . . . . .

1° Etant données deux forces 1 et 2, distribuées dans le même plan, trouver leur résultante . . . . . .

2° Etant données 3 forces 1, 2 et 3 distribuées dans le même plan, trouver leur résultante . . . . . .

3° Trouver la résultante de quatre forces situées dans le même plan . . . . . .

4° Etant données les directions de 5 forces qui se font équilibre dans le même plan, et les grandeurs de 3 d'entre elles, déterminer les grandeurs des deux autres . . . .

5° Etant donnée une poutre appuyée à ses deux extrémités, décomposer une force Q, appliquée en un point de sa portée ; en deux composantes parallèles passant par les appuis 16

6° Inversement. — Etant données deux forces appliquées aux extrémités d'une poutre, trouver le point d'application de leur résultante 18

7° Résultante de deux forces appliquées aux extrémités d'une poutre et dirigées en sens inverse l'une de l'autre . . .

8° Résultante de deux forces appliquées en des points quelconques d'une poutre . . . . . .

9° Résultante d'un nombre quelconque de forces appliquées sur une poutre, les unes dirigées de haut en bas et les autres dirigées de bas en haut . . . . . .

§ III. — Détermination du moment fléchissant dans une poutre . .

1° Moment fléchissant produit par une force appliquée en un point d'une poutre reposant librement sur deux appuis 22

2° Moment fléchissant produit par deux forces verticales agissant en deux points quelconques de la portée d'une poutre reposant sur deux appuis . . . . . .

Paragraphes Pages

3° Moments fléchissants produits dans une poutre reposant sur deux appuis, soumise à un nombre quelconque de charges verticales et en plus, à une charge uniformément répartie par mètre courant. 25

4° Ramener la ligne de fermeture du polygone funiculaire à l'horizontale 27

5° Tracé rapide et pratique d'une parabole dont on connaît le sommet, l'axe, et un autre point. — 1er Procédé. — 2e Procédé. — 3e Procédé 28

6° Recherche des moments fléchissants développés dans une poutre encastrée à une de ses extrémités, libre à l'autre et chargée de façon quelconque (Pl. 1). 31

7° Recherche de la ligne élastique 32

8° Poutre encastrée horizontalement à ses deux extrémités et chargée d'un poids unique au milieu de sa longueur. (Pl. 1) 34

9° Poutre encastrée à ses deux extrémités et chargée d'un poids unique en un point quelconque de sa portée. 35
Charge uniformément répartie agissant en même temps que la charge unique (Pl. 1). . . . . .

10° Poutre encastrée à ses deux extrémités et soumise à des charges distribuées d'une façon quelconque (Pl. 2). . . 37
Détermination de la ligne élastique de la poutre ci-dessus 39

11° Poutre encastrée à une de ses extrémités, reposant librement à l'autre et soumise à des charges distribuées d'une manière quelconque (Pl. 2). 41

§ IV. — 1° Efforts tranchants 44

2° Cas où la poutre supporte des charges uniformément réparties . . . . . .

3° Efforts tranchants maxima développés dans une poutre.

4° Section médiane et sections extrêmes d'une poutre. . 50

5° Charge mobile et uniformément répartie. . . . . .

§ V. — 1° Moments fléchissants maxima dans une poutre 52

2° Charge la plus défavorable d'une poutre, par rapport aux moments fléchissants (Pl. 3). 55

§ VI. — Application de la statique graphique à la recherche du centre de gravité des figures (Pl. 3) 57

CHAPITRE III

§ I. — Conditions d'établissement des ponts métalliques 59

§ II. — Circulaire ministérielle du 29 août 1891. — Règlement sur

Paragraphes Pages
les ponts métalliques 59
§ III. — Remarques 77

CHAPITRE IV

PROJETS DE PONTS MÉTALLIQUES A UNE SEULE TRAVÉE. PONTS POUR VOIE CHARRETIÈRE

§ I. — Projet d'un pont en fer de faible ouverture (Pl. 3) 78
1° Description sommaire. . . . . .
2° Calcul des poutres longitudinales. — 1re hypothèse, 2e hypothèse, 3e hypothèse, 4e hypothèse . . . . . .
3° Pièces de pont . . . . . .
4° Tôles cintrées en acier supportant la chaussée. — Travail de la clouure d'attache 89
5° Calcul de la rivure des poutres longitudinales 91
6° Calcul de la flèche 93
7° Tôles cintrées supportant la chaussée des ponts-routes .
8° Résistance des tôles embouties 95
§ II. — Pont métallique de 16m,00 d'ouverture, pour route de 5m,00 de largeur (Pl. 5 et 6) 96
1° Description sommaire. . . . . .
2° Calcul des poutres maîtresses. — 1re hypothèse. . . . .
3° Calcul des treillis. — 2e hypothèse, 3e hypothèse, 4e hypothèse . . . . . .
4° Epure des moments fléchissants et des moments résistants ou anti-fléchissants. — Détermination de la longueur des semelles 107
5° Pièces de pont . . . . . .
6° Calcul de la rivure du tablier. Rivure des semelles sur les cornières ; des couvre-joints de semelles ; des montants verticaux. 111
7° Calcul de la flèche des poutres maîtresses, sous l'action de la charge permanente et de la surcharge 113
8° Calcul des voûtes en briques 115
9° Calcul des barres de treillis par la formule de Lowe. . .
10° Calcul des plaques d'appui 118
§ III. — 1° Poids de métal à compter pour la superstructure des ponts métalliques. — Tableau 120
2° Observations. . . . . .

CHAPITRE V

PONTS A UNE TRAVÉE ET SUPPORTANT DES VOIES FERRÉES DE LARGEUR NORMALE

§ I. — Pont de 8m,00 d'ouverture sous rails et à poutres jumelées. (Type de la Compagnie du Midi.) (Pl. 7.) 122

Paragraphes Pages
1° Description sommaire 122
2° Calcul des poutres jumelées. . . . . .
3° Calcul de la longueur de la deuxième semelle . . . . .
4° Entretoises sous longrines . . . . . .
5° Entretoises sous platelage métallique . . . . . .
6° Poutres de rive. . . . . .
7° Calcul des rivets. . . . . .
8° Calcul de la flèche 129

§ II. — Méthode de MM. Hausser et Cunq, pour la détermination graphique des moments fléchissants maxima développés dans la poutre, par le passage de la surcharge roulante (voir Pl. 17) 130

§ III. — Pont en acier de 18m,00 d'ouverture (Pl. 8) 133
1° Description sommaire . . . . . .
2° Calcul des poutres maîtresses . . . . . .
3° Méthode dite du P. L. M. — Tableau des surcharges virtuelles uniformément réparties équivalentes aux surcharges roulantes pour les ponts de 5 à 70 mètres d'ouverture. 135
4° Calcul des treillis. . . . . .
5° Calcul des longerons . . . . . .
6° Calcul des pièces de pont . . . . . .
7° Travail des panneaux sur culées. . . . . .

§ IV. — 1° Considérations générales sur les poutres à treillis . . . 148
2° Types de poutres à treillis . . . . . .
3° Couvre-joints d'âme . . . . . .
4° Couvre-joints de semelles. . . . . .
5° Couvre-joints de cornières . . . . . .

CHAPITRE VI

PONTS MÉTALLIQUES A PLUSIEURS TRAVÉES SOLIDAIRES 153

§ I. — Pont à deux travées, de 74m,00 d'ouverture totale, portant deux voies ferrées (*Voir* Pl. 10, 11 et 12). (Métal acier.) . 156
1° Description sommaire . . . . . .
2° Calcul des longerons . . . . . .
3° Pièces de pont . . . . . .
4° Calcul des fers à I supportant le platelage métallique. .
5° Calcul des jambes de force . . . . . .
6° Entretoises inférieures . . . . . .
7° Calcul des maîtresses poutres. — Méthode du P. L. M. — 1re hypothèse, 2e hypothèse, 3e hypothèse. 163
8° Efforts tranchants et calcul des barres de treillis 173
9° Travail des rivets fixant les tables sur les cornières . . .

Paragraphes Pages

10° Calcul des appuis. 177
11° Détermination du diamètre des rouleaux de dilatation. .
12° Résistance de la poutre à l'écrasement sur les appuis . .
13° Stabilité du pont en cas d'ouragan. 181
14° Calcul des maîtresses poutres par la statique graphique. Construction des épures de la Pl. 12 183

§ II. — Pont à trois travées, de 140m,35 d'ouverture totale, pour route de 7m,50 de largeur (Pl. 13 et 14) 193
1° Description sommaire. . . . . .
2° Calcul des entretoises . . . . . .
3° Calcul des pièces de pont . . . . . .
4° Calcul des maîtresses poutres. — 1re hypothèse. . . . .
5° Détermination des moments fléchissants et des efforts tranchants par la statique graphique. — Hypothèse de surcharges 206
6° Calcul des barres de treillis 213
7° Travail des poutres sous l'action de la surcharge générale de 400 kilogr. par mètre carré . . . . . .
8° Détermination de la flèche dans une travée 216
9° Résistance des poutres à l'écrasement sur les appuis . .
10° Des appuis. 219

§ III. — Calculs de résistance des poutres pendant le lançage du tablier. 222

CHAPITRE VII

PONT EN ARC A LONGERON DROIT (Pl. 15). 224

1° Surcharge uniformément répartie . . . . . .
2° Surcharge de poids roulants. . . . . .

CHAPITRE VIII

FORMULES — RENSEIGNEMENTS DIVERS — TABLEAUX

§ I. — Formules donnant les moments de rupture, sur les points d'appui d'une poutre continue. 231

§ II. — 1° Considérations générales sur la construction des tabliers métalliques. Emploi de l'acier 233

§ III. — 2° Les plus grands ponts du monde. 234

§ IV. — 1° Appareil enregistreur de flèches système Rabut. . . . 236

§ V. — 2° Appareil indicateur des tensions système Manet-Rabut, pour mesurer le travail des membrures et des barres de treillis des ponts métalliques 239

Paragraphes Pages

§ VI. — Métré du pont de 8 mètres d'ouverture pour voie ferrée. . 239

§ VII. — Moments d'inertie. — Formules des moments d'inertie des sections les plus usuelles 242

Table des valeurs $\frac{I}{v}$ des âmes de poutres de hauteur variable 247

Tables des valeurs $\frac{I}{v}$ de quatre cornières disposées pour poutres de hauteurs variables 248

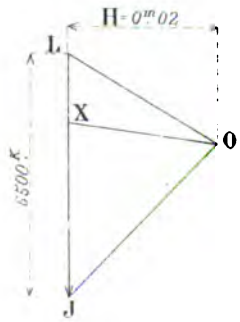
Manière de se servir de ces tables 256

Tables des moments d'inertie I des semelles de 100% de largeur pour poutres de hauteurs variables. — Emploi de ces tables 260

§ VIII. — Classification des fers du Creusot 265

re encastrées.

Fig. 9.



Echelles.

Longueurs 0m,01 *pour 1 metre*

Forces 0k,005 *pour 1000kg*

Hauteur polaire 0m,02.

Echelle des moments 0m,0025 *pour 1000kgm*

ou bien 1c/m *pour 4000kgm.*

Autog. E. Gillet. — Imp. Monrocq, Paris.

ant librement sur l'appui A.

7.

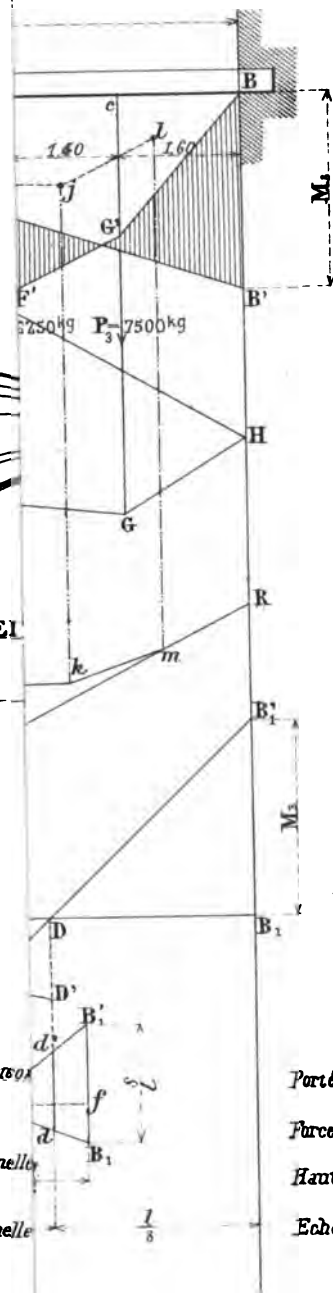


Fig. 10.

Fig. 11.

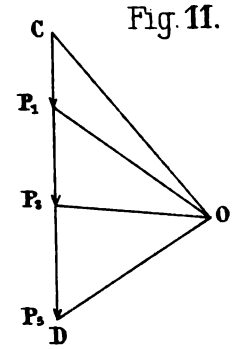


Fig. 12.

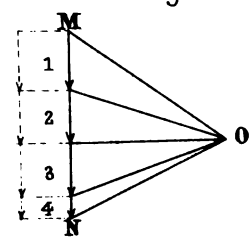


Fig. 8.

Semelles de 150

avec deux semelles

avec une semelle

Echelles

Portée —— 0m01 pour 1 mètre.

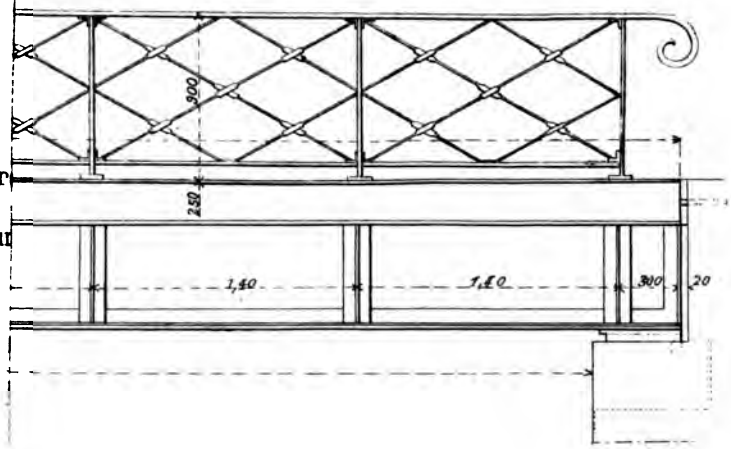
Forces —— 0,002 pour 1000kg

Hauteur polaire — 0m02

Echelle des moments 0m001

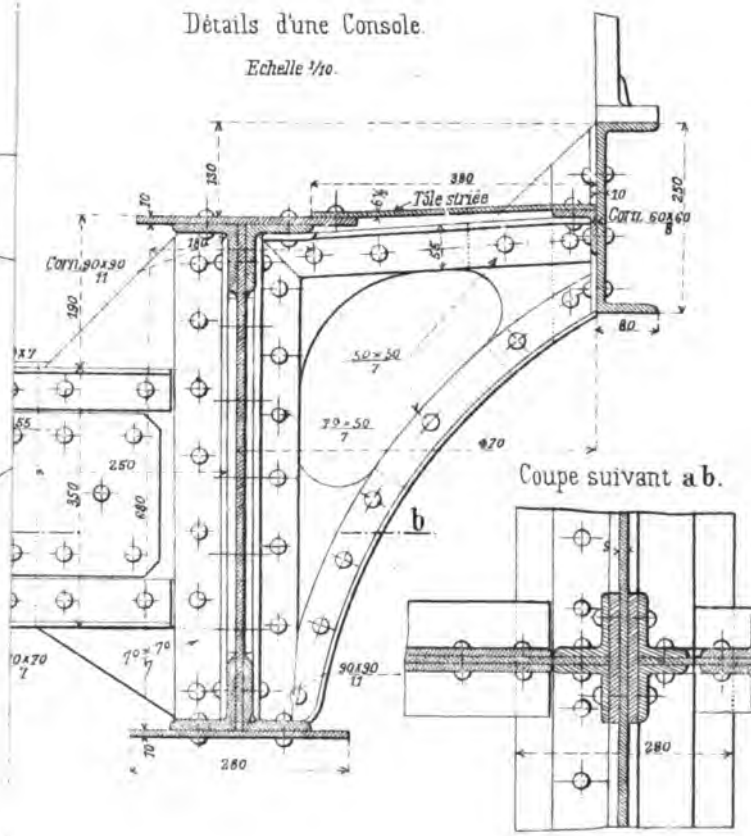
pour 1000 kgm.

Autog. E. Gillet - Imp. Monrocq, Paris.



Détails d'une Console.

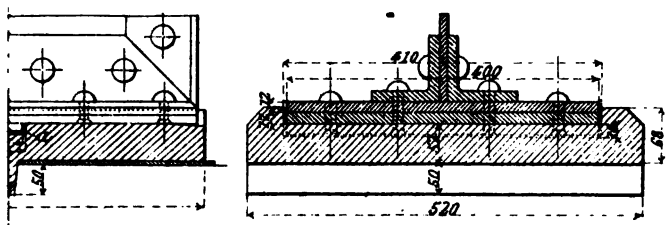
Echelle 1/10.



Coupe suivant a b.

Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris.

Appui fixe.



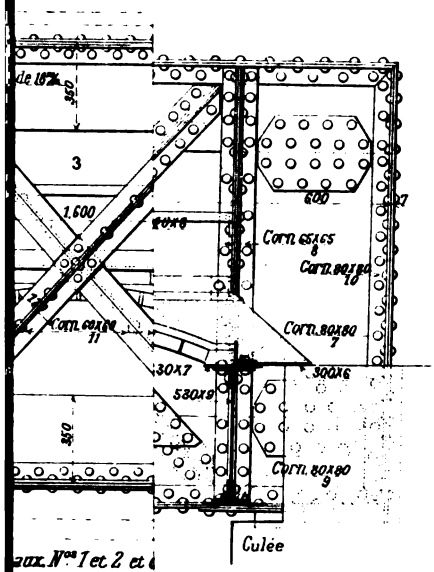
Nota : *L'appui glissant n'a pas de talon arrivé sur la poutre et encastré dans l'appui.*

Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris.

Eche

tudinale sur culée.

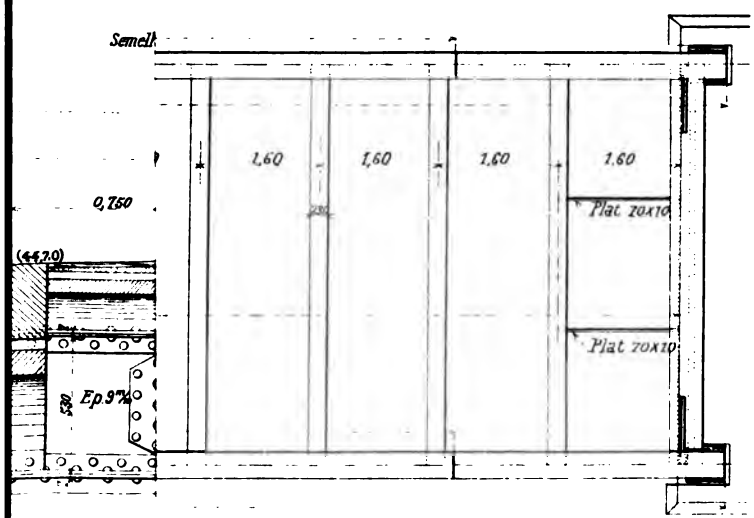
lle $\frac{1}{10}$.



aux N°s 1 et 2 et

B.

de la travée.



Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris.

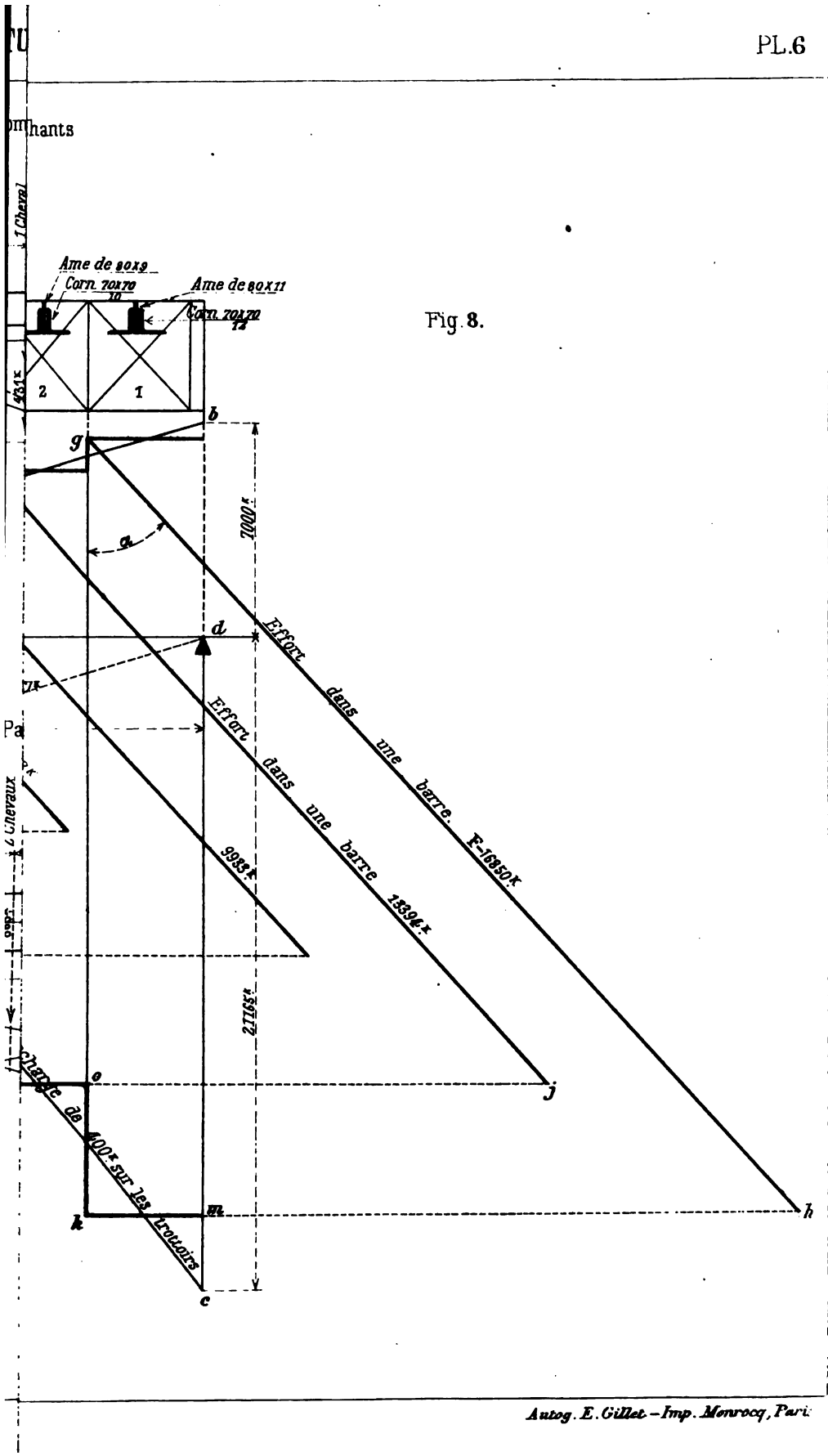


Fig. 8.

Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris

Recherche de la courbe enveloppe
des moments fléchissants maxima
Méthode de M. M. Hausser et Cunq

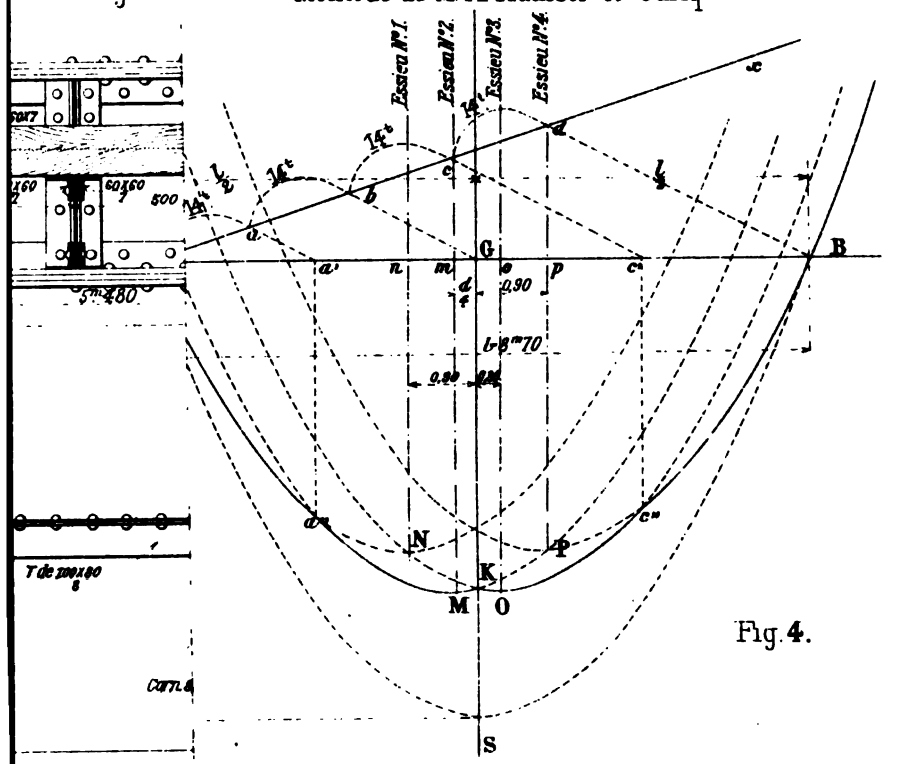
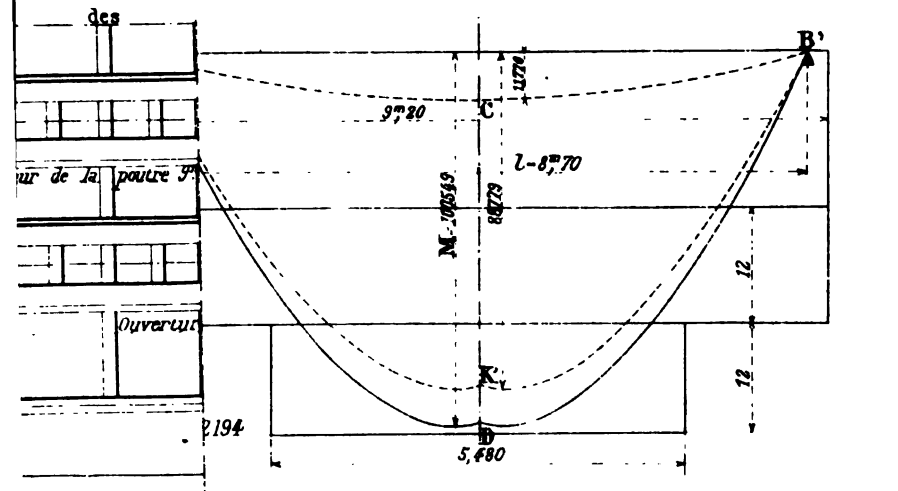


Fig. 4.

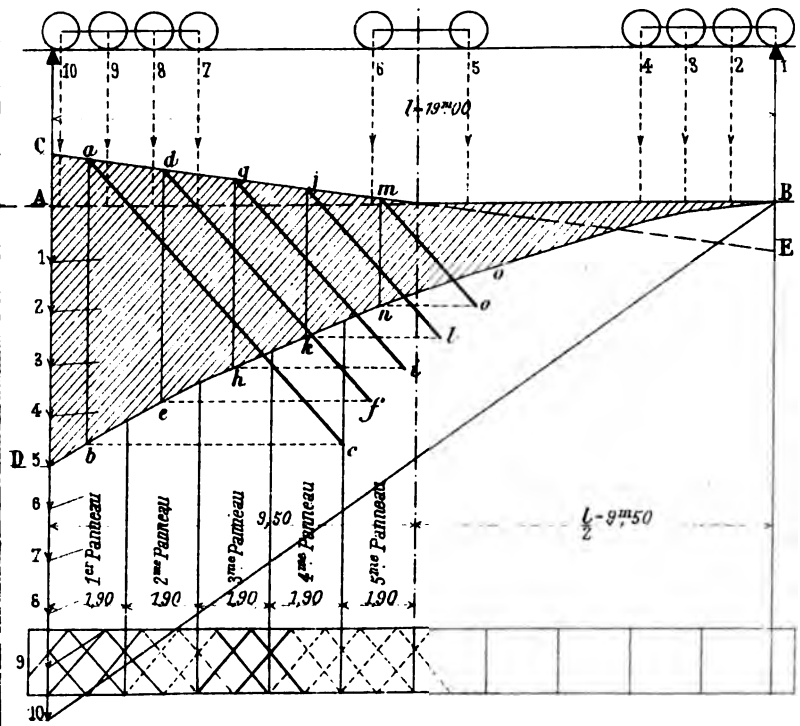
Epure de flexion.



Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris.

Epure des Efforts tranchants.

Fig. 6.

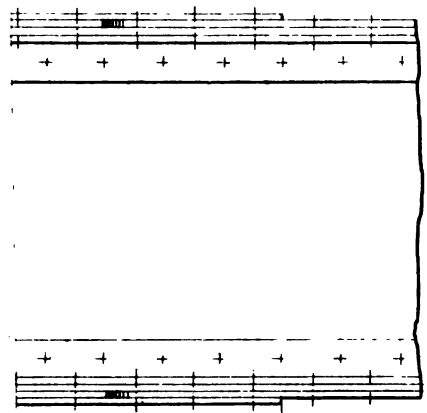


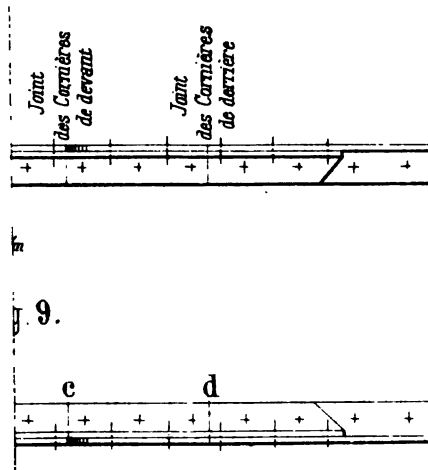
Echelles.

Portée ..... *0m005 par Mètre.*

Forces ..... *0m010 pour 10000kg*

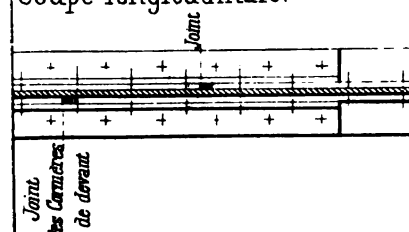
Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris.



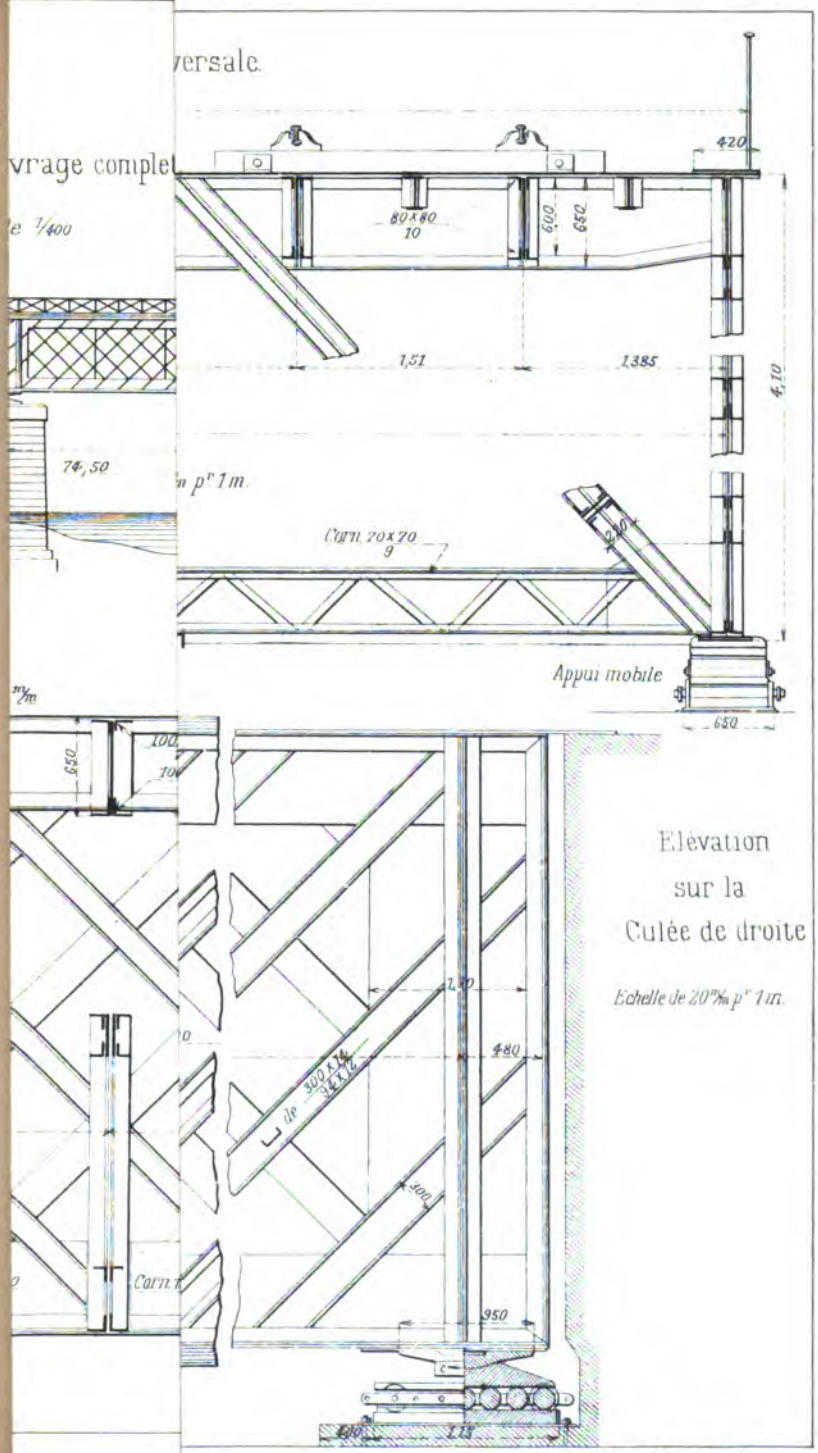


Pl. 9.

Coupe longitudinale.

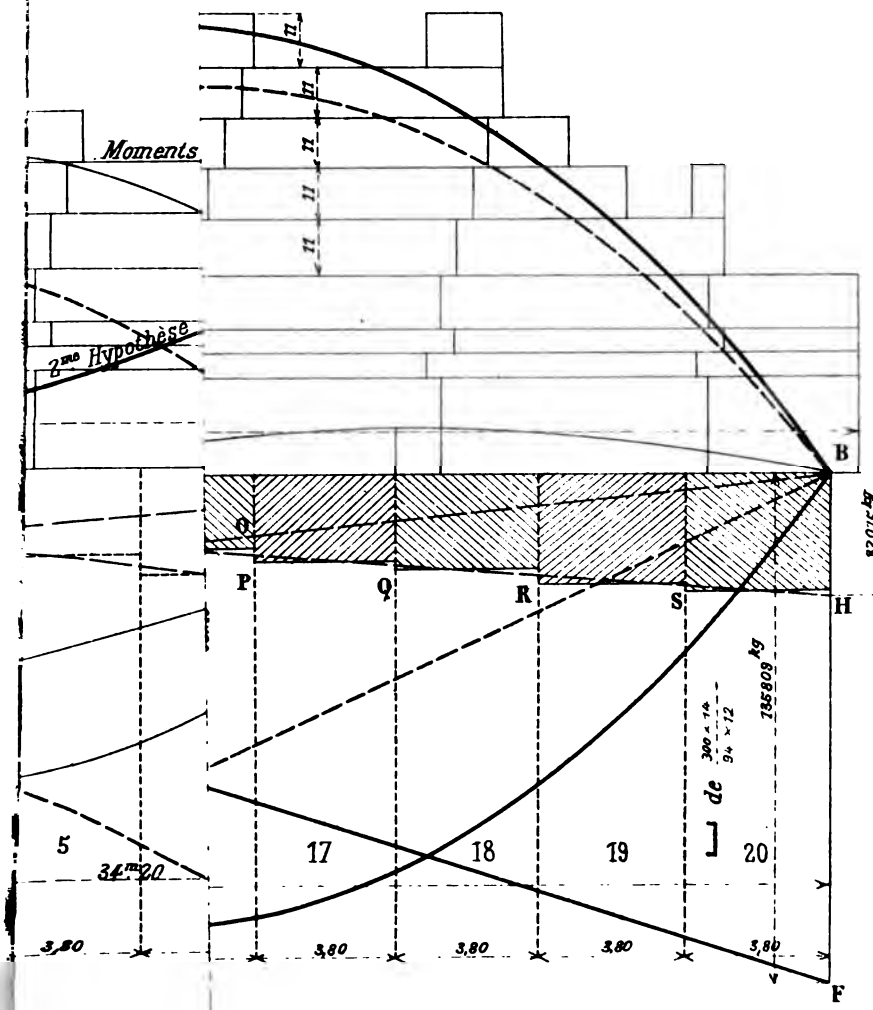


Autog. E. Gillet – Imp. Menrocq, Paris.



Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris.

Epur



nts fléchissants et anti-fléchissants ½ Millim pour 10000 kgm.
5 Millim pour 1 Mètre.
1 Millim pour 2000 kg

Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris

RAVÉES DE

Echel

cées

ces

teur polaire

nents fléchissants

$l_1 = 41^m 80$

1re Hypothèse
La première travée seule chargée

Q

F

C_1

C'

$d_x = \frac{l_1}{2}$

$f_1 \left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2 = 31.$

2eme Hypothèse
La deuxième travée seule chargée

C_2

3me Hypothèse
Les deux travées chargées

C_2

C^2

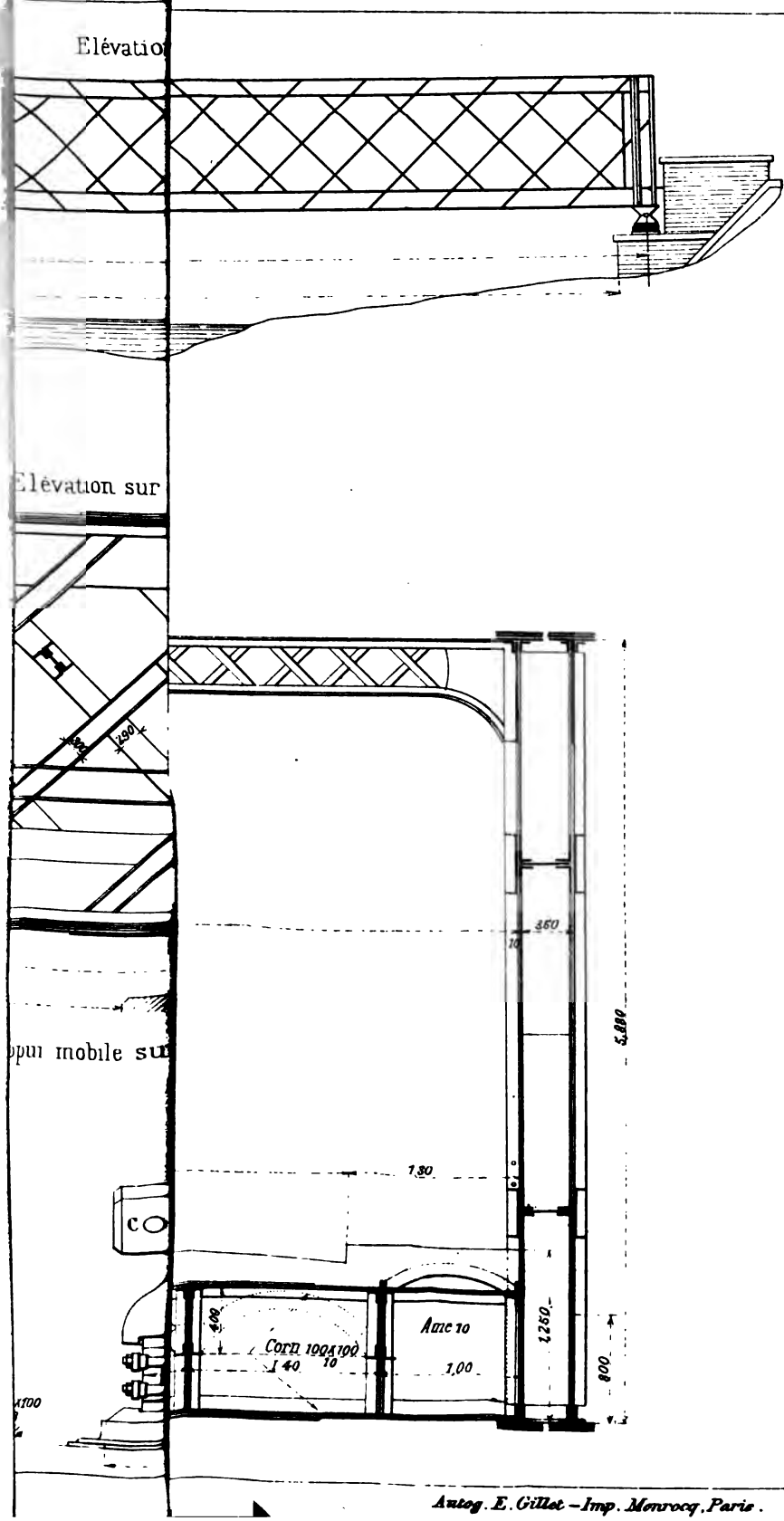
$f_1' \left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2 = 125.4$

$f_1' \left(\frac{l_1}{l_0}\right)^2 = 125.4$

h'

h

Autog. F. Gillet. Imp. Monrocq Paris



Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris.

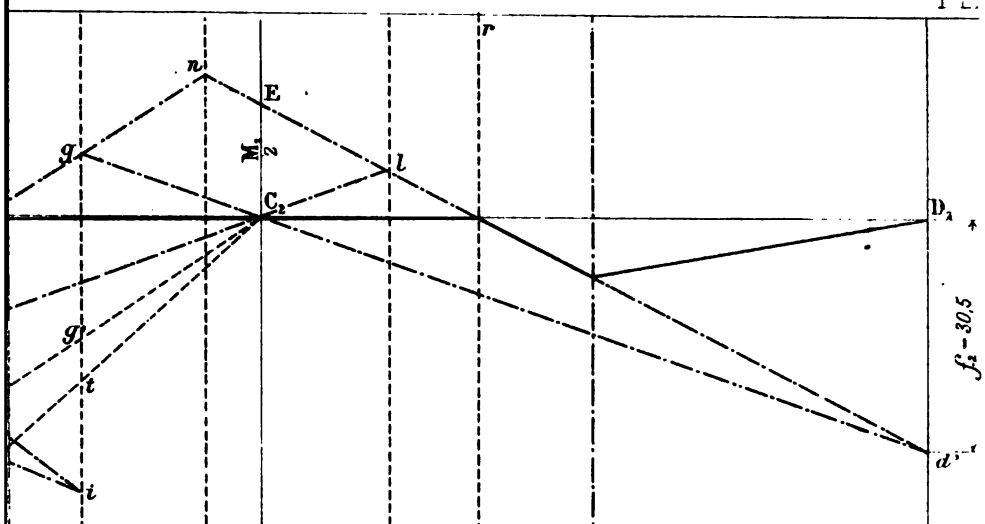
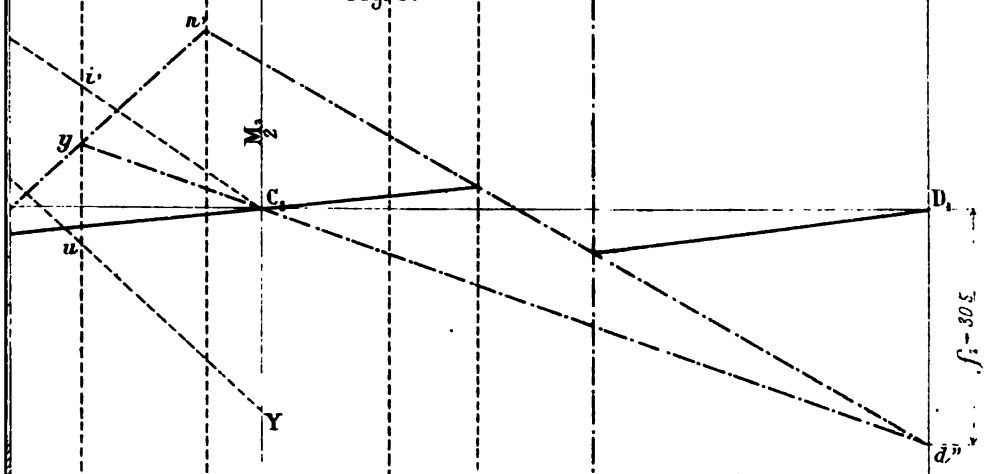


Fig. 5.



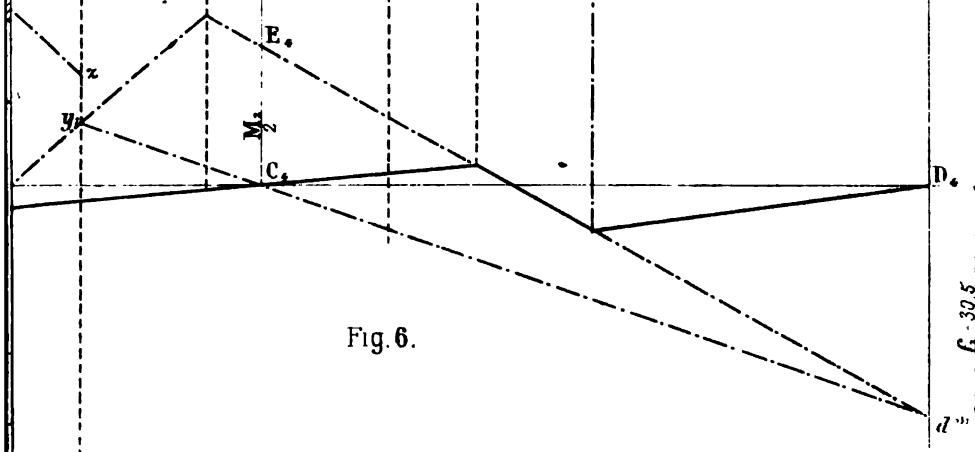
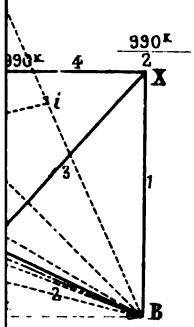


Fig. 6.

Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq

re.

P 1400^{kg} = 990 + 410



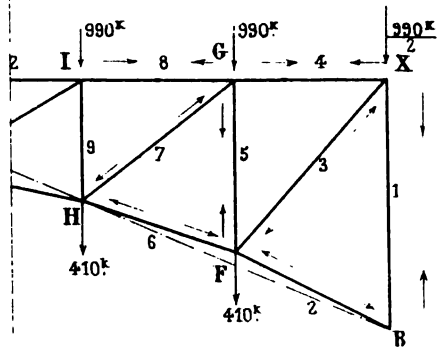


Fig. 3.

Nœud B

Fig. 4.

Nœud X

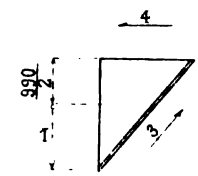
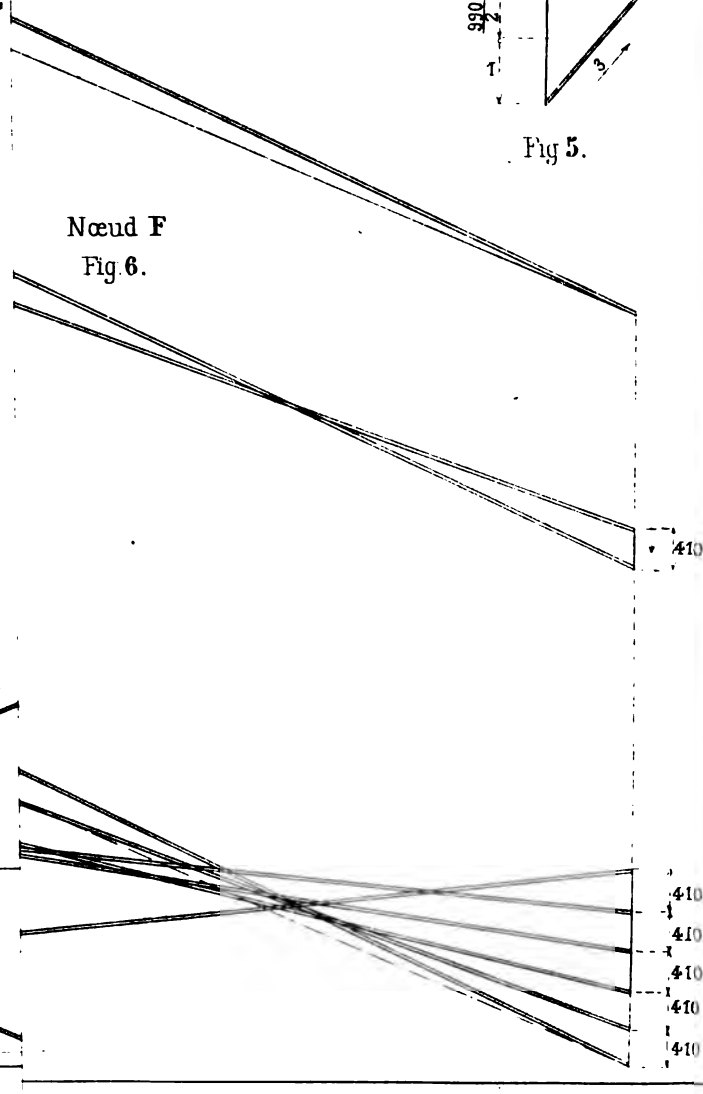
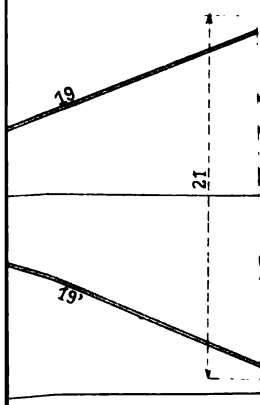


Fig 5.

Nœud F

Fig. 6.





Autog. E. Gillet – Imp. Monrocq, Paris.

CATALOGUE DE LIVRES

SUR LA

CONSTRUCTION ET LES TRAVAUX PUBLICS

PUBLIÉS PAR

LA LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER

Successeur de Baudry et Cie

PARIS, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15 — LIÈGE, RUE DE LA RÉGENCE, 21

Le catalogue complet est envoyé franco sur demande.

Annales de la construction.

Nouvelles Annales de la construction, fondées par Oppermann. — 12 livraisons par an, formant 1 beau volume de 50 à 60 planches et 200 colonnes de texte.

Abonnements : Paris, 15 fr. — Départements et Belgique, 18 fr. — Union postale, 20 fr.

Prix de l'année parue, reliée, 20 fr.

Agenda Oppermann.

Agenda Oppermann paraissant chaque année. Élégant carnet de poche contenant tous les chiffres et tous les renseignements techniques d'un usage journalier. Rapporteur d'angles, coupe géologique du globe terrestre, guide du métreur. — Résumé de géodésie. — Poids et mesures, monnaies françaises et étrangères. — Renseignements mathématiques et géométriques. Renseignements physiques et chimiques. — Résistance des matériaux. — Electricité. — Règlements administratifs. — Dimensions du commerce. — Prix courants et séries de prix. — Tarifs des Postes et Télégraphes.

Relié en toile, 3 fr.; en cuir, 5 fr. — Pour l'envoi par la poste, 25 c. en plus.

Aide-Mémoire de l'ingénieur.

Aide-mémoire de l'ingénieur. Mathématiques, mécanique, physique et chimie, résistance des matériaux, statique des constructions, éléments des machines, machines motrices, constructions navales, chemins de fer, machines-outils, machines élévatoires, technologie, métallurgie du fer, constructions civiles, législation industrielle. Troisième édition française du Manuel de la Société « Hütte », par Philipps Huguenin. 1 volume in-12 contenant plus de 1200 pages avec 500 figures dans le texte, solidement relié en maroquin. . . . . 15 fr.

Aide-Mémoire des conducteurs des ponts et chaussées.

Aide-mémoire des conducteurs et commis des ponts et chaussées, agents-voyers, chefs de section, conducteurs et piqueurs des chemins de fer, contrôleurs des mines, adjoints du génie, entrepreneurs et, en général, de toute personne s'occupant de travaux, par J.-Eug. Petit, conducteur des ponts et chaussées. 1 volume in-12 avec de nombreuses figures dans le texte, solidement relié en maroquin . . . . . 15 fr.

Traité de constructions civiles.

Traité de constructions civiles. Fondations, maçonnerie, pavages et revêtements, marbrerie, vitrerie, charpente en bois et fer, couverture, menuiserie et ferrures, escaliers, monte-plats, monte-charges et ascenseurs, plomberie d'eau et sanitaire, chauffage et ventilation, décoration, éclairage au gaz et à l'électricité, acoustique, matériaux de construction, résistance des matériaux, renseignements généraux, par E. Barberot, architecte. 1 volume in-8°, avec 1554 figures dans le texte dessinées par l'auteur. Relié. 20 fr.

Cours de construction.

Cours pratique de construction, rédigé conformément au programme officiel des connaissances pratiques exigées pour devenir ingénieur. Terrassements, — ouvrages d'art, — conduite des travaux, — matériel, — fondations, — dragage, — mortiers et bétons, — maçonnerie, — bois, — métaux, — peinture, — jaugeage des eaux, — règlement des usines, etc., par Prud'homme. 4e édition. 2 volumes in-8°, avec 363 figures dans le texte. 16 fr.

Maçonnerie.

Architecture et constructions civiles. Maçonnerie ; pierres et briques : leur emploi dans les maçonneries ; proportion des murs ; fondations ; murs de cave et murs en élévation ; des moulures et des ordres ; décoration des murs extérieurs des édifices ; cloisons, planchers, voûtes ; escaliers en maçonnerie ; éléments de décoration intérieure ; revêtement des sols ; roches naturelles ; chaux et ciments ; du plâtre, produits céramiques, par J. Denfer, architecte, professeur à l'Ecole centrale. 1 volume grand in-8°, avec 794 figures dans le texte. . . . . 40 fr.

Charpente en bois et menuiserie.

Architecture et constructions civiles. Charpente en bois et menuiserie ; les bois, leurs assemblages ; résistance des bois ; tableaux, calculs faits ; linteaux et planchers ; pans de bois ; combles ; étaiements, échafaudages, appareils de levage ; travaux hydrauliques, cintres, ponts et passerelles en bois ; escaliers ; menuiserie en bois ; parquets, lambris, portes, croisées, persiennes, devantures, décoration, par J. Denfer, architecte, professeur à l'Ecole centrale. 1 volume grand in-8°, avec 680 figures dans le texte. 25 fr.

Terrassements, tunnels, etc.

Procédés généraux de construction. Travaux de terrassement, tunnels, dragages et dérochements, par Ernest Pontzen. 1 volume grand in-8° avec 234 figures dans le texte . . . . . 25 fr.

Le Bouclier dans la construction des souterrains.

Emploi du bouclier dans la construction des souterrains, par Raynald Legouez, ingénieur des ponts et chaussées, détaché au service des égouts de la Ville de Paris. 1 volume in-8°, avec 337 figures dans le texte, relié. 20 fr.

Mesurage et Métrage.

Traité pratique et complet de tous les mesurages, métrages, jaugeages de tous les corps, appliqué aux arts, aux métiers, à l'industrie, aux constructions, aux travaux hydrauliques, aux nivellements pour construction de routes, de canaux et de chemins de fer, drainage, etc., enfin à la rédaction de projets de toute espèce de travaux du ressort de l'architecture et du génie civil et militaire, terminé par une analyse et série de prix avec détails sur la nature, la qualité, la façon et la mise en œuvre des matériaux, par E. Sergent, 8e édition, 2 volumes grand in-8° et 1 atlas de 47 planches in-folio . . 50 fr.

Géométrie descriptive.

Cours de Géométrie descriptive. Perspective, ombres, courbes et surfaces, charpente. Professé à l'École centrale des arts et manufactures, par Ch. Brisse, rédigé et annoté par H. Picquet, examinateur d'admission et répétiteur de géométrie descriptive à l'Ecole Polytechnique, 1 volume grand in-8°, avec 300 figures dans le texte . . . . . 17 fr. 50

Coupe des pierres.

Traité pratique de la coupe des pierres, précédé de toute la partie de la géométrie descriptive qui trouve son application dans la coupe des pierres, par LEJEUNE, 1 volume in-8° et un atlas in-4° de 59 planches contenant 381 figures. . . . . 40 fr.

Coupe des pierres.

Coupe des pierres, précédée des principes du trait de stéréotomie, par EUGÈNE ROUCHÉ, examinateur de sortie à l'Ecole Polytechnique, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, et CHARLES BRISSE, professeur à l'Ecole centrale et à l'Ecole des Beaux-Arts, répétiteur à l'Ecole Polytechnique. 1 vol. grand in-8° et 1 atlas in-4° de 33 planches . . . . . 25 fr.

Matériaux de construction.

Connaissance, recherche et essais des matériaux de construction et de ballastage, par EM. BAUDSON, chef de section des travaux neufs au chemin de fer du Nord. 1 volume grand in-8° . . . . . 6 fr.

Chimie appliquée à l'art de l'ingénieur.

Chimie appliquée à l'art de l'ingénieur. *Première partie*: Analyse chimique des matériaux de construction, par CH. LÉON DURAND-CLAYE, inspecteur général, ancien professeur et ancien directeur du Laboratoire à l'Ecole des ponts et chaussées, et DERÔME, chimiste de ce Laboratoire. *Seconde partie*: Etude spéciale des matériaux d'agrégation, par RENÉ FÉRET, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, chef du Laboratoire des ponts et chaussées à Boulogne-sur-Mer. 1 volume grand in-8°, avec de nombreuses gravures dans le texte . 15 fr.

Ciments et chaux hydrauliques.

Ciments et chaux hydrauliques. Fabrication, propriétés, emploi, par E. CANDLOT, 2e édition revue et considérablement augmentée. 1 volume grand in-8°, avec figures dans le texte, relié . . . . . 15 fr.

Chaux et sels de chaux.

Chaux et sels de chaux appliqués à l'art de l'ingénieur, par GRANGE, agent-voyer en chef du département de la Vienne. 1 volume grand in-8° avec figures dans le texte. . . . . 18 fr.

Carrières de pierre de taille.

Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction. Répertoire des carrières de pierre de taille exploitées en 1889, publié par le MINISTÈRE DES TRAVAUX PUBLICS et contenant pour chaque carrière : sa désignation et le nom de la commune où elle est située, le mode d'exploitation, le nombre et la hauteur des bancs, la désignation usuelle de la pierre, la nature de la pierre, la position géologique de la carrière, le poids moyen par mètre cube et la résistance à l'écrasement par centimètre carré des échantillons essayés. 1 volume in-4° . . . . . 10 fr.

Congrès des Procédés de construction.

Congrès international des procédés de construction tenu en 1889, sous la présidence de M. Eiffel. Comptes rendus des séances et visites du Congrès, par AUGUSTE MOREAU et GEORGES PETIT, secrétaires du Congrès. 1 volume grand in-8°, avec de nombreuses gravures dans le texte et 8 planches. . 15 fr.

Murs de soutènement.

Etudes théoriques et pratiques sur les murs de soutènement et les ponts et viaducs en maçonnerie, par DUBOSQUE, sous-ingénieur des Ponts et chaussées, ancien chef de bureau des travaux neufs à la Compagnie du Nord. 5e édition, revue, corrigée et augmentée. 1 volume grand in-8°, avec 15 planches et 141 figures, relié . . . . . 15 fr.

Murs de soutènement.

Tracé du profil des murs de soutènement et de pilastres de portes, par EUGÈNE JOYEUX, architecte. 1 vol. in-8°, avec 56 figures dans le texte. 5 fr.

Consolidation des talus.

Traité de consolidation des talus, routes, canaux et chemins de fer, par R. Bruère, ingénieur civil. 1 vol. in-12 et atlas in-8° de 25 pl. doubles . . . . . 10 fr.

Consolidation des tranchées et des remblais.

Consolidations des tranchées et des remblais argileux, par L. Leport, ingénieur des ponts et chaussées. Ce mémoire a paru dans les livraisons de janvier, février, mars, avril et mai 1897 des *Annales de la Construction*. Prix de ces 5 livraisons . . . . . 10 fr.

Statique graphique.

Éléments de statique graphique, par Eugène Rouché, examinateur de sortie à l'Ecole Polytechnique, professeur de statique graphique au Conservatoire des arts et métiers. 1 vol. grand in-8°, avec de nombreuses gravures dans le texte. . . . . 12 fr. 50

Statique graphique.

Eléments de statique graphique appliquée aux constructions. 1re *partie*. Poutres droites, poussée des terres, voûtes, par Muller-Breslau (traduction par Seyrig). 2e *partie* : Poutres continues, applications numériques par Seyrig, ingénieur-constructeur du pont du Douro. 1 volume grand in-8° et 1 atlas in-4° de 29 planches en 3 couleurs . . . . . 20 fr.

Statique graphique.

Application de la statique graphique. Règlements ministériels, charges des ponts et des charpentes, poutres droites, poutres courbes, pleines, à treillis, continues, ponts-grues, arcs métalliques, fermes métalliques, piles métalliques, influence du vent sur les constructions, leurs déformations, calcul des poutres pour le lançage et le montage, piles en maçonnerie, calcul des joints des poutres, formules et tables usuelles, par Maurice Kœchlin, administrateur de la Société de Construction de Levallois-Perret. 2e édition. 1 vol. grand in-8°, avec figures dans le texte et 1 atlas in-4° de 34 planches . . . . . 30 fr.

Cours de mathématiques.

Cours de mathématiques pures et appliquées, à l'usage des conducteurs des ponts et chaussées, agents-voyers, chefs de section, architectes, conducteurs de travaux, entrepreneurs, etc., comprenant, *Arithmétique*, nombres entiers, fractions et nombres fractionnaires, progression, séries et logarithmes, applications. *Géométrie plane* : propriétés et tracé des figures planes, mesure et proportion des figures planes, trigonométrie, courbes diverses. *Géométrie de l'espace* : propriétés et construction des figures de l'espace, mesure des figures de l'espace, géométrie descriptive, perspective. *Algèbre, analyse et géométrie analytique*. *Mécanique* : statique, dynamique, hydrostatique, hydro-dynamique, par L. Lancelin, inspecteur général des ponts et chaussées. 1 vol. in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte, relié . . . . . 10 fr.

Résumé des connaissances mathématiques.

Résumé des connaissances mathématiques nécessaires dans la pratique des travaux publics et de la construction par E. Mussat, ingénieur des ponts et chaussées. 1 vol. grand in-8° avec 133 figures dans le texte. 10 fr.

Voirie. — De l'alignement.

De l'alignement ou du régime des propriétés privées bordant le domaine public, par C. Morin. 1 vol. grand in-8°. . . . . 15 fr.

Traité de topographie.

Traité de topographie. — Appareils d'optique, applications de la géodésie à la topographie, instruments de mesure, levé des plans de surface, levés souterrains, théorie des erreurs, par André Pelletan, ingénieur en chef des mines, professeur à l'Ecole des mines. 1 vol. grand in-8° avec 235 figures dans le texte. Relié . . . . . 15 fr.

Levé des plans et nivellement.

Levé des plans et nivellement. Opérations sur le terrain, opérations souterraines, nivellement de haute précision, par Léon Durand-Claye, ingénieur en chef des ponts et chaussées, Pelletan et Lallemant, ingénieurs des mines. 1 vol. grand in-8° avec figures dans le texte . . . . . 25 fr.

Levé des plans.

Traité du levé des plans et de l'arpentage, par Duplessis. 1 vol. in-8° avec 105 figures dans le texte. . . . . 4 fr.

Nivellement.

Traité du nivellement, comprenant les principes généraux, la description et l'usage des instruments, les opérations et les applications, par Duplessis, 1 vol. in-8°, contenant 112 figures . . . . . 8 fr.

Tables tachéométriques.

Tables tachéométriques, donnant aussi rapidement que la règle logarithmique tous les calculs nécessaires à l'emploi du tachéomètre, par Louis Pons, ingénieur d'études de chemins de fer. 1 vol. in-8°, relié. . 10 fr.

Tachéométrie.

Suppression du chainage, des règles à calcul, des tables tachéométriques et des tables logarithmiques dans le nivellement et le levé des plans, méthode donnant simultanément la configuration et le relief des terrains de toute étendue par la lecture directe des distances horizontales, des différences de niveau et des coordonnées rectangulaires des points visés par rapport à l'orientation de chaque station, par Loir Erasme, agent-voyer, 3e édition. 1 vol. in-8°, avec 3 planches . . . . . 5 fr.

Courbes de raccordement.

Tables pour le tracé des courbes circulaires de raccordement des voies de communication, par Charles Grimmeisen, ancien ingénieur. 1 vol. in-12, avec figures dans le texte, relié . . . . . 9 fr.

Courbes de raccordement.

Nouvelles tables pour le tracé des courbes de raccordement en arc de cercle (chemins de fer, canaux, routes et chemins), par Chauvac de La Place, 5e édition. 1 volume in-12, relié . . . . . 7 fr. 50

Mouvement des terres.

Théorie et pratique du mouvement des terres d'après le procédé Bruckner, par Ernest Henry, inspecteur général des ponts et chaussées. 1 vol. grand in-8° . . . . . 2 fr. 50

Cours de routes.

Cours de routes professé à l'école des Ponts et Chaussées. Disposition d'une route, étude et rédaction des projets, construction, entretien, par Ch. Léon Durand-Claye, inspecteur général des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8° avec figures dans le texte. . . . . 20 fr.

Chemins vicinaux.

Traité pratique des chemins vicinaux. Généralités, personnel, assiette des chemins vicinaux, ressources de la voirie vicinale, exécution des travaux, comptabilité des chemins vicinaux, police de la voirie vicinale, police de roulage, objets divers, par Ernest Henry, inspecteur général des ponts et chaussées, ancien agent-voyer en chef du département de la Marne. 1 vol. grand in-8° . . . . . 20 fr.

Réparation et entretien des chaussées.

Réparation et entretien des chaussées en empierrement. Instructions pratiques à l'usage des ingénieurs, conducteurs, commis et agents-voyers et plus spécialement à celui des cantonniers, par J. Dubosque, sous-ingénieur des ponts et chaussées. Ouvrage approuvé par le Ministre des Travaux publics, 2e édition revue et mise à jour. 1 vol. in-12, cartonné. 1 fr. 50

Pavage en bois.

Le bois et ses applications au pavage à Paris, en France et à l'étranger, divers systèmes de pavage en bois ; bois employé au pavage ; étude des propriétés physiques, mécaniques, anatomiques et chimiques des bois ; conservation et préparation des bois ; fabrication des pavés ; entretien et durée des pavages en bois ; pavage en bois dans les voies à tramways ; régime des sociétés de pavage en bois ; contrats et cahiers des charges ; fonctionnement du système de la régie, à Paris ; prix de revient, par Albert Petsche, ingénieur des ponts et chaussées, ancien ingénieur du service municipal de Paris. 1 volume in-8°, avec 223 figures dans le texte, relié. . . . 20 fr.

Asphalte.

L'asphalte. Son origine, sa préparation, ses applications, par Léon Malo. 2e édition ; entièrement refondue et mise au courant des derniers perfectionnements de l'industrie de l'asphalte. 1 vol. in-12, avec 2 planches. 3 fr. 50.

Traité complet des Chemins de fer.

Traité complet des chemins de fer. Historique et organisation financière, construction de la plate-forme, ouvrages d'art, voie, stations, signaux, matériel roulant, traction, exploitation, chemins de fer à voie étroite, tramways, par G. Humbert, ingénieur des ponts et chaussées. 3 volumes grand in-8°, avec 700 figures dans le texte. . . . . 50 fr.

Chemins de fer. Notions générales et économiques.

Chemins de fer. Notions générales et économiques. Historique, formalités et règlements relatifs à l'exécution des travaux, régimes, développements, dépenses, comparaison des voies ferrées avec les routes et les voies de navigation intérieure, prix de revient des transports sur rails, tarifs et leur application, recettes d'exploitation, voie et traction, chemins de fer à voie étroite, considérations économiques, par Léon Leygue, ancien ingénieur des ponts et chaussées, ingénieur civil. 1 volume grand in-8°. . . . . 15 fr.

Construction des chemins de fer.

Instructions pour la préparation des projets et la surveillance des travaux de construction de la plate-forme des chemins de fer, suivies de tables pour le calcul des courbes et pour l'évaluation des volumes des déblais et des remblais, par L. Partiot, inspecteur général des ponts et chaussées. 1 volume petit in-4°, avec 8 planches et de nombreuses figures intercalées dans le texte, relié . . . . . 15 fr.

Tracé des chemins de fer.

Tracé des chemins de fer, routes, canaux, tramways, etc. Etudes préliminaires, études définitives, recherche et choix des matériaux de construction et de ballastage, par Em. Baudson, chef de section des travaux neufs au chemin de fer du Nord. 1 volume grand in-8° avec 4 planches et 95 figures intercalées dans le texte . . . . . 10 fr.

Chemins de fer. — Superstructure.

Chemins de fer. Superstructure : voies, gares et stations, signaux, par E. Deharme, ingénieur du service central de la Compagnie du Midi, professeur du Cours de Chemins de fer à l'Ecole centrale des Arts et Manufactures. 1 volume grand in-8° avec 310 figures dans le texte et 1 atlas in-4° de 73 planches doubles . . . . . 50 fr.

Tables de déblais et de remblais.

Tables des surfaces, largeurs d'emprises et longueurs des talus, des profils en travers des voies de communication, mais plus spécialement destinées aux chemins de fer à voie étroite, par L. Henriet, chef de section aux chemins de fer de l'Ouest. 1 volume grand in-8° relié. . . . . 12 fr.

Chemins de fer d'intérêt local.

Traité des chemins de fer d'intérêt local. Chemins de fer à voie étroite, tramways, chemins de fer à crémaillère et funiculaires, par G. Humbert, ingénieur des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8° avec 212 figures dans le texte. Relié . . . . . 20 fr.

Chemins de fer à voie de 0,60 centimètres.

Construction et exploitation des chemins de fer à voie de 0,60 centimètres. Voie, terrassements, ouvrages d'art, machines et matériel roulant, avec étude d'un tracé entre deux points donnés, par R. Tartary, conducteur des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8°, avec 97 figures dans le texte. . 10 fr.

Chemins de fer funiculaires. — Transports aériens.

Chemins de fer funiculaires. Transports aériens, par A. Levy-Lambert, ingénieur civil. 1 volume grand in-8°, avec figures dans le texte. 15 fr.

Chemins de fer à crémaillère.

Chemins de fer à crémaillère, par A. Lévy-Lambert, ingénieur civil. 1 volume grand in-8°, avec figures dans le texte. . . . . 15 fr.

Traction mécanique des tramways.

La traction mécanique des tramways. Etude des différents systèmes : comparaison et prix de revient, par Raymond Godfernaux, ingénieur des arts et manufactures, attaché à l'exploitation du chemin de fer du Nord et à la direction de diverses compagnies de chemin de fer d'intérêt local. 1 volume grand in-8°, avec 182 figures dans le texte, relié. . . . . 20 fr.

Tramways à air comprimé.

L'air comprimé appliqué à la traction des tramways. Description de la locomotive, compresseurs, chargement de voitures et canalisation, divers modes de transport par l'air comprimé, prix de revient et conclusions, par L. A. Barbet. 1 volume grand in-8°, avec 96 figures dans le texte. 7 fr. 50

Traction électrique.

La traction électrique sur voies ferrées. Voie, matériel roulant, traction, par André Blondel, ingénieur des ponts et chaussées, professeur du cours d'électricité à l'Ecole des ponts et chaussées et F. Paul Dubois, ingénieur des ponts et chaussées, ingénieur du Service municipal de la Ville de Paris. 2 volumes grand in-8°, contenant plus de 1700 pages et 1014 figures dans le texte. Relié . . . . . 50 fr.

Moyens de transport.

Les moyens de transport appliqués dans les mines, les usines et les travaux publics; voitures, tramways, chemins de fer, plans inclinés, traînage par câble et par chaîne, etc., organisation et matériel, par Evrard. 2 vol. in-8°, avec 1 atlas de 123 planches in-folio, contenant 1 400 figures. 100 fr.

Tarifs de chemins de fer.

Traité général des tarifs de chemins de fer, contenant une étude spéciale des tarifs appliqués en Allemagne, Autriche-Hongrie, Suisse, Italie, France, Belgique, Hollande, Angleterre et Russie, par F. Ulrich, conseiller intime au ministère des Travaux publics de Berlin. Edition française revue et augmentée par l'auteur. 1 volume grand in-8° . . . . . 16 fr.

Carnet du poseur de voies.

Carnet du poseur de voies de chemins de fer, par P. Martial, chef de section au chemin de fer de l'Etat. 1 volume in-12 avec 35 planches. 3 fr. 50

Block-System à distance

Etude sur le Block-System à distance pour l'exploitation des chemins de fer. Contrôleur automatique de la marche des trains. Contrôleur des cloches électriques. Contrôleur automatique des signaux du Block-System à distance, par Ch. Metzger, ingénieur en chef des ponts et chaussées. 1 volume in-4° avec figures en couleur et 5 planches . . . . . 6 fr.

Montagnes et Torrents.

Restauration des montagnes, correction des torrents, reboisement, par E. Thiery, professeur à l'Ecole nationale forestière, avec une introduction par M. C. Lechalas. 1 volume grand in-8° avec 164 figures dans le texte. 15 fr.

Hydraulique agricole.

Hydraulique agricole. Aménagement des eaux; irrigation des terres labourables, des cultures maraîchères, des jardins, des prairies, etc.; création et entretien des prairies; desséchements, dessalage, limonage et colmatage, curage; irrigation et drainage combinés; renseignements complémentaires techniques et administratifs, par J. Charpentier de Cossigny, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, lauréat de la Société des Agriculteurs de France, ingénieur civil. 2e édition revue et augmentée. 1 volume grand in-8° avec de nombreuses figures dans le texte. . . . . 15 fr.

Hydraulique fluviale.

Hydraulique fluviale. Météorologie et hydrologie; les fleuves, grandes inondations, navigation; conditions techniques d'un grand développement de la navigation fluviale; conclusions; par M. C. Lechalas, inspecteur général des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8°, avec figures dans le texte . . . . . 17 fr. 50

Guide de l'expert.

Le guide de l'expert. Application de l'hydraulique à l'usage du personnel des ponts et chaussées, des mines, du service vicinal, des chemins de fer, des ingénieurs, des architectes et des experts, par L. Prud'homme, ingénieur, ancien conducteur principal des ponts et chaussées. 1 volume in-8° avec figures dans le texte. . . . . 5 fr. 50

Navigation intérieure.

Rivières à courant libre, cours de navigation intérieure de l'Ecole nationale des ponts et chaussées, par F.-B. de Mas, inspecteur général des ponts et chaussées, professeur à l'Ecole nationale des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8° avec 48 planches intercalées dans le texte. . . . 17 fr. 50

Cours de ponts.

Cours de Ponts de l'École des ponts et chaussées. Emplacements, débouchés, fondations, ponts en maçonnerie, par Jean Résal, ingénieur en chef des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte . . . . . 14 fr.

Ponts en maçonnerie.

Ponts en maçonnerie, par E. Degrand, inspecteur général des ponts et chaussées, et J. Résal, ingénieur des ponts et chaussées. 2 volumes grand in-8° avec de nombreuses figures dans le texte. . . . . 40 fr.

Barême des poutres métalliques.

Barême des poutres métalliques à âmes pleines et à treillis, par Pascal, ingénieur civil. 1 volume in-4° avec figures dans le texte. Relié. 12 fr. 50

Constructions métalliques.

Constructions métalliques. — Elasticité et résistance des matériaux: fonte, fer et acier, par Jean Résal, ingénieur des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8° avec figures dans le texte. . . . . 20 fr.

Ponts métalliques.

Ponts métalliques, par Jean Résal, ingénieur des ponts et chaussées.

Tome premier. — Calcul des pièces prismatiques; renseignements pratiques; formules usuelles; poutres droites à travées indépendantes; ponts suspendus; ponts en arc. 1 volume grand in-8° avec de nombreuses gravures dans le texte. . . . . 20 fr.

Tome second. — Poutres à travées solidaires: Théorie générale des poutres à section constante; calcul des poutres symétriques; poutres continues à section variable: théorie générale des poutres de hauteur variable; montage des ponts par encorbellement; ponts-grues; calcul des systèmes articulés; piles métalliques; tables numériques. 1 volume grand in-8° avec de nombreuses figures dans le texte . . . . . 20 fr.

Ponts métalliques.

Calcul des ponts métalliques à poutres droites, à une ou plusieurs travées par la méthode des lignes d'influence. Formules et tables servant au calcul rapide des moments fléchissants et des efforts tranchants maximums déterminés, en divers points des poutres, par des charges uniformément réparties et des charges concentrées mobiles, par Adrien Cart et Léon Portes, ingénieurs civils attachés au service des ponts métalliques de la Compagnie d'Orléans. 1 volume grand in-8° avec figures dans le texte et 2 planches, relié . . . . . 20 fr.

Ponts et viaducs métalliques.

Calculs de résistance des ponts et viaducs métalliques à poutres droites d'après la circulaire ministérielle du 29 août 1891, par Maurice Hulewicz, ingénieur, ancien élève de l'école des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8°, avec 1 planche. . . . . 10 fr.

Ponts métalliques.

Etudes théoriques et pratiques sur les ponts métalliques à une travée et à poutres droites et pleines, par E. Dumetz, commis des ponts et chaussées, attaché au service vicinal du Pas-de-Calais. 1 vol. grand in-8°, avec 117 fig. dans le texte. . . . . 10 fr.

Ponts métalliques.

Ponts métalliques à travées continues. Méthode de calcul satisfaisant aux nouvelles prescriptions du règlement ministériel du 29 août 1891, avec tables numériques pour en faciliter l'emploi, par Bertrand de Fontviolant, ingénieur à la Compagnie de Fives-Lille, répétiteur de mécanique appliquée à l'Ecole centrale. 1 volume grand in-8° avec 3 planches. . . . . 10 fr.

Ponts métalliques.

N. B. — Les monographies suivantes ont paru dans les *Annales de la Construction* et se vendent avec la livraison qui les renferme au prix de 2 fr. la livraison.

Pont vicinal métallique de 8 mètres de portée, avec tablier en briques creuses, avec une planche. Livraison de février 1876 . . . . . 2 fr.

Pont vicinal métallique de 8 mètres de portée, avec tablier en tôle ondulée, avec une planche. Livraison de mai 1876 . . . . . 2 fr.

Pont sur l'Yonne à 4 travées métalliques sur piles tubulaires, du chemin de fer d'Orléans à Châlon, avec deux planches. Livraison de novembre et décembre 1876 . . . . . 4 fr.

Pont vicinal en fer de 11m,30 de portée, avec une planche. Livraison de février 1877 . . . . . 2 fr.

Types de ponts en fer spéciaux de 2, 3, 4 mètres de portée, du chemin de fer d'Orléans à Châlon, avec une planche. Livraison de mai 1877. 2 fr.

Pont en fer sur pieux à vis avec tablier en tôle pyramidée, avec 2 planches. Livraison de février 1881 . . . . . 2 fr.

Passerelle en fer de 86 mètres de portée sur le bassin de la Villette, à Paris, avec 2 planches. Livraison de février 1883 . . . . . 2 fr.

Projets présentés au concours pour la construction du pont de Czernovoda sur le Danube, avec une planche. Livraison de janvier 1884. . . 2 fr.

Pont en acier sur la Seine, à Rouen, avec 2 planches. Livraison d'octobre 1884. . . . . 2 fr.

Pont métallique en arc du chemin de fer de Grande-Ceinture de Paris, avec une planche. Livraison de mars 1885 . . . . . 2 fr.

Pont-route, en arc de 23 mètres d'ouverture, avec une planche. Livraison de décembre 1886 . . . . . 2 fr.

Pont métallique de 15m,40 d'ouverture sur le canal Saint-Denis, avec une planche. Livraison d'août 1887 . . . . . 2 fr.

Pont de Barbin, à Nantes, de 80 mètres d'ouverture, avec une planche. Livraison de mai 1888 . . . . . 2 fr.

Les ponts du chemin de fer de Ceinture de Paris, sur l'avenue de Vincennes et sur la rue de la Voûte-du-Cours, avec une planche. Livraison de septembre 1888 . . . . . 2 fr.

Pont du Forth, avec une planche. Livraisons de novembre et de décembre 1888 . . . . . 4 fr.

Pont sur la Loire du chemin de fer de Romorantin à Blois, avec une planche. Livraison de mars 1890. . . . . 2 fr.

Pont Washington, à New-York, avec 2 planches. Livraison de juin 1891. . . . . 2 fr.

Règlement du 29 août 1891 relatif aux épreuves des ponts métalliques. Livraison de janvier 1892 . . . . . 2 fr.

Pont sur la rivière Dee, à Hawarden, avec une planche. Livraison de mars 1893 . . . . . 2 fr.

Outillage spécial employé dans la construction du pont de Forth, avec 2 planches. Livraisons de mai et de juin 1890 du *Portefeuille des machines* . . . . . 4 fr.

Pont métallique en acier, à double tablier, sur le Var, à Manda, avec 1 planche Livraison de mai 1893. . . . . 2 fr.

Ponts fondés sur pieux à vis de la Compagnie des chemins de fer du sud de la France, avec 1 planche. Livraison de janvier 1894. . . 2 fr.

Pont sur la Saale à Bernburg (Allemagne), avec 2 planches. Livraison de mars 1894 . . . . . 2 fr.

Formules pratiques permettant de se rendre compte *a priori* de l'action du vent sur les fermes principales des ponts de chemins de fer à poutres droites. Livraison de janvier 1895. . . . . 2 fr.

Ponts métalliques du Chemin de fer de l'Ouest, sur la Seine, à Tourville et à Oissel, avec 3 planches. Livraisons de mai, juin, juillet, août et septembre 1895 . . . . . 10 fr.

Renforcement des tabliers métalliques du chemin de fer de Smyrne-Casaba-Alacheir Livraison de décembre 1897. . . . . 2 fr.

Pont de la rue de Tolbiac, à Paris, avec 2 planches. Livraisons de janvier, février et mars 1898 . . . . . 6 fr.

Note sur l'application du « Canteliver » aux poutres des ponts métalliques à travées indépendantes, avec 1 planche. Livraison de janvier 1899. 2 fr.

Ponts suspendus.

N. B. — Les monographies suivantes ont paru dans les *Annales de la Construction* et se vendent avec la livraison qui les renferme au prix de 2 fr. la livraison.

Ponts suspendus de Saint-Ilpize et de Lamothe, avec une planche. Livraison de mars 1886 . . . . . 2 fr.

Etude sur les ponts suspendus, avec une planche. Livraison de juin 1886. . . . . 2 fr.

Passerelle suspendue, sur la Trème, pour la conduite d'eau de la ville de Bulle, avec une planche. Livraison d'août 1888. . . . . 2 fr.

Passerelle suspendue, sur la Sarine, pour la conduite d'eau de la ville de Fribourg. Livraison de septembre 1892 . . . . . 2 fr.

Ponts portatifs.

Ponts portatifs, systèmes Eiffel, système Cottrau, système Henry, ponts militaires en acier du commandant Marcile, avec 3 planches. Cette étude a paru dans les livraisons de septembre et de novembre 1884 des *Annales de la Construction*. Prix de ces 2 livraisons . . . . . 4 fr.

Viaducs.

N. B. — Les monographies suivantes ont paru dans les *Annales de la Construction* et se vendent avec la livraison qui les renferme au prix de 2 fr. la livraison.

Viaduc en fer sur piles métalliques et pieux à vis du port de la Guaïra, avec une planche. Livraison de mars 1877. . . . . 2 fr.

Viaduc en maçonnerie sur la vallée de la Ruhr, près de Herdekce, avec une planche. Livraison d'août 1881. . . . . 2 fr.

Viaduc en fer de Marly-le-Roi, avec 2 planches. Livraison d'avril 1884. . . . . 2 fr.

Viaduc en maçonnerie sur la rivière Esk, avec une planche. Livraison de janvier 1887 . . . . . 2 fr.

Viaduc métallique sur la Tay, avec une planche. Livraisons de juin et de juillet 1888. . . . . 4 fr.

Viaduc métallique de Paderno, sur l'Adda, avec une planche. Livraison d'août 1888 . . . . . 2 fr.

Viaduc métallique sur l'Oise, du chemin de fer d'Argenteuil à Mantes, avec une planche. Livraison de mars 1891. . . . . 2 fr.

Viaduc métallique sur la Siagne, du chemin de fer de Draguignan à Grasse, avec 2 planches. Livraison de septembre 1891. . . . . 2 fr.

Piles métalliques d'un viaduc à trois travées, ligne de Myli-Kalamata, avec une planche. Livraison d'avril 1897 . . . . . 2 fr.

Le Viaduc de Garabit.

Mémoire sur le viaduc de Garabit. Description, calculs de résistance, montage, épreuves et renseignements divers, par G. Eiffel, président de la Société des ingénieurs civils. 1 volume in-8° et 1 atlas in-folio de 19 planches. 25 fr.

Ponts tournants et ponts-levis.

N. B. — Les monographies suivantes ont paru dans les *Annales de la Construction* et se vendent avec la livraison qui les renferme au prix de 2 fr. la livraison.

Pont-levis de 6 mètres d'ouverture sur le canal de Charleroi à Bruxelles, avec une planche. Livraison de février 1886 . . . . . 2 fr.

Pont tournant d'Aubervilliers sur le canal Saint-Denis, avec une planche. Livraison de septembre 1886 . . . . . 2 fr.

Pont tournant de 59m,40 de portée, de l'arsenal de Tarente, avec une planche. Livraison de janvier 1888 . . . . . 2 fr.

Pont tournant à manœuvre hydraulique de 73m,80 de longueur totale, à Marseille, avec 2 planches. Livraison de décembre 1887 du *Portefeuille des machines* . . . . . 2 fr.

Appareil de manœuvre d'un pont tournant de 75m,285 d'ouverture, actionné par une roue hydraulique, avec 1 planche. Livraison d'août 1895, du *Portefeuille des machines* . . . . . 2 fr.

Ecluse, pont tournant et appareils hydrauliques de manœuvre du nouveau bassin à flot du port de Rochefort, avec 3 planches. Livraisons de mars et avril 1896. . . . . 4 fr.

Emploi des pieux métalliques.

Étude sur l'emploi des pieux métalliques dans les fondations d'ouvrages d'art, par C. Grange, agent-voyer en chef du département de la Vienne. 1 volume grand in-8°, avec 51 figures dans le texte . . . . . 7 fr. 50

Stabilité des constructions.

Traité de stabilité des constructions, précédé d'éléments de statique graphique et suivi de compléments de mathématiques. Leçons professées au Conservatoire national des Arts et Métiers et à l'Ecole centrale d'Architecture par Jules Pillet, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, à l'Ecole nationale des Beaux-Arts, etc. 1 volume grand in-4° de 536 pages, imprimé sur très beau papier. Nombreux tableaux graphiques ; abaques et tables numériques ; 600 figures et épures dans le texte . . . . . 25 fr.

Résistance des matériaux.

Résistance des matériaux. Cours de l'école des ponts et chaussées, par Jean Résal, ingénieur en chef des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte . . . . . 16 fr.

Résistance des matériaux.

Stabilité des constructions et résistance des matériaux, par A. Flamant, ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'Ecole des ponts et chaussées et à l'Ecole centrale, 2e édition revue et augmentée. 1 volume grand in-8° avec 251 figures dans le texte . . . . . 25 fr.

Moments d'inertie.

Carnet du Constructeur. Recueil de moments d'inertie relatifs à 3263 poutres composées à âme simple et double d'une hauteur variant de 20 centimètres à 1 mètre, par Chevalier et Baun, ingénieurs-constructeurs. 1 volume in-12. Relié. . . . . 7 fr. 50

Moments d'inertie.

Les moments d'inertie dans les constructions métalliques. Tables des moments d'inertie des principaux profils de I et pour faciliter le calcul des moments d'inertie des poutres composées symétriques ou non symétriques, par Boubée. 1 volume in-12, cartonné. . . . . 4 fr.

Charpentes métalliques.

Les principes de la construction des charpentes métalliques et leur application aux ponts à poutres droites, combles, supports et chevalements. Extraits du cours d'*architecture industrielle* professé à l'Ecole spéciale des arts et manufactures et des mines annexée à l'Université de Liège, par Henri Dechamps, professeur à la Faculté des sciences de Liège, ancien ingénieur de la Société Cockerill, à Seraing. 2e édition refondue et augmentée. 1 volume grand in-8° avec 344 figures dans le texte. Relié. . . . 15 fr.

Constructions en ciment armé.

Étude des divers systèmes de construction en ciment armé, par Gérard Lavergne, ingénieur civil des mines. 1 volume in-8° avec 43 figures dans le texte, relié . . . . . 3 fr. 50

Constructions en ciment armé.

Note sur les constructions en ciment armé système Boussiron, description, avantages, théorie du système, par S. Boussiron, ingénieur civil. 1 brochure grand in-8° avec figures dans le texte. . . . . 1 fr. 50

Béton de ciment armé.

Calcul des poutres droites et planchers en béton de ciment armé, par L. Lefort, ingénieur en chef des ponts et chaussées. 1 volume in-8° avec 7 abaques représentatifs des formules et 48 figures dans le texte, relié. 8 fr.

Bar-le-Duc. — Imprimerie Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

89078557451
b89078557451a